This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

LIBRARY
UNIVERSITY OF
CALIFORNIA
SANTA CRUZ

Sec, 88.5

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE

DE

L'OBJECTIF PHOTOGRAPHIQUE.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS ET FILS.
55, Quai des Grands-Augustins, 55.

-2590-

BIBLIOTHÈQUE PHOTOGRAPHIQUE

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE

DE

L'OBJECTIF PHOTOGRAPHIQUE,

PAR

E. WALLON,

Ancien élève de l'École Normale Supérieure,
Professeur de Physique au Lycée Janson de Sailly.

PARIS,
GAUTHIER-VILLARS ET FILS, IMPRIMEURS-LIBRAIRES,
ÉDITEURS DE LA BIBLIOTHÈQUE PHOTOGRAPHIQUE,
Quai des Grands-Augustins, 55.

1891

(Tous droits réservés.)

TR
270
W3

PRÉFACE.

Ce petit livre a son origine dans deux conférences faites à la Société d'excursions des Amateurs de Photographie, en 1889.

La Photographie a pris, dans ces dernières années, une extension considérable. Le domaine qui était presque exclusivement réservé aux praticiens et à quelques savants a été brusquement ouvert aux amateurs, et maintenant beaucoup de ces nouveaux venus, par leur goût, par leur habileté, sont arrivés aux premiers rangs.

Il a semblé à quelques-uns d'entre eux qu'il leur serait utile de s'arrêter un instant à l'examen de l'instrument qui leur fournissait de si merveilleuses images, et ils m'ont fait l'honneur de me choisir comme guide. J'ai dû étudier d'abord la question pour moi-même et j'ai pu constater, au cours de ce travail préliminaire, qu'il était assez long et assez difficile d'en réunir les éléments.

Est-ce à dire que le sujet ne fût connu que des seuls opticiens? Non; et sans compter les savants qui l'ont étudié et ont puissamment contribué à le perfectionner, l'objectif n'était pas pour tous un instrument mystérieux. Celui-là même qui, par son habile préparation des plaques sèches, a peut-être le plus contribué à la transformation de la Photographie, le Dr Van Monckhoven, avait pris soin d'exposer les principes sur lesquels repose sa construction, et il avait publié à ce sujet un livre d'un grand mérite, son *Optique photographique*.

L'Ouvrage, rapidement épuisé, est devenu d'une grande rareté; d'ailleurs, depuis son apparition, la vulgarisation des théories de Gauss sur la réfraction dans les lentilles a permis de pousser plus loin l'étude sans se heurter à des complications mathématiques qui, avec les théories anciennes, avaient vite fait de rebuter le curieux. D'autre part, de nouveaux types d'objectifs ont été présentés, d'autres ont pris une importance à laquelle on ne s'attendait guère quand parut, en 1866, l'*Optique photographique;* des types anciens ont été modifiés et perfectionnés. Il y avait intérêt à reprendre la question.

Elle a été reprise plusieurs fois, mais dans des Ouvrages d'ensemble où il n'était pas toujours possible de lui donner le développement qu'elle méritait; ou bien, au contraire, elle a donné lieu à des études partielles qui laissaient forcément bien des points dans l'ombre.

Exposer méthodiquement les lois simples de la réfraction dans les systèmes convergents formés de lentilles; les phénomènes qui viennent troubler l'application de ces lois et qui, n'ayant dans les instruments d'Optique en général qu'une influence pour ainsi dire secondaire, prennent dans l'Objectif photographique une importance capitale; les moyens que l'on a employés pour en corriger les effets; les dispositions diverses que l'on a adoptées pour augmenter, soit d'une manière générale, soit à des points de vue particuliers, le pouvoir de l'instrument; indiquer enfin et discuter les procédés opératoires qui permettent au photographe ou à l'amateur d'étudier l'appareil qu'il a entre les mains, telle était la tâche que je m'étais proposée.

Mais, dans des conférences, il fallait passer rapidement devant certains côtés du sujet; il fallait souvent indiquer des règles sans les justifier, et, par ce temps de documents, invoquer pour ainsi dire des pièces sans les produire.

C'est pourquoi j'ai repris mon travail primitif pour le compléter et pour l'affermir. J'ai dû me borner, et, sur un certain nombre de points, faire simplement entrevoir encore ce que j'aurais voulu pouvoir éclairer pleinement : dans quelques cas, la difficulté de soumettre les phénomènes à une analyse rigoureuse m'a contraint de m'arrêter ; dans d'autres, la crainte de rendre trop aride la lecture de ce Traité. C'est aussi dans cette pensée que j'ai rejeté dans une seconde Partie tous les calculs justificatifs, ne donnant dans la première que les résultats de ces calculs et des exemples d'application numérique.

Sous sa forme nouvelle, c'est encore au même public que s'adresse cette étude ; à ceux qui veulent choisir en connaissance de cause l'instrument dont ils ont besoin ; à tous ceux qui sont curieux, après avoir vu sur la glace dépolie de leur chambre noire les images si fines et si brillantes que viennent y former les rayons lumineux qui ont traversé l'objectif, de savoir comment ils l'ont traversé et comment ils ont été guidés dans leur marche par l'art de l'opticien.

Même à ceux-là qui parfois sauteront quelques pages j'ai l'espoir que ce livre sera de quelque utilité, en leur montrant le but poursuivi par ceux qui ont construit les premiers tel ou tel type d'objectif ; et de quelque intérêt, en leur faisant concevoir la somme de travail qu'ont nécessitée ces créations.

TRAITÉ ÉLÉMENTAIRE

DE

L'OBJECTIF PHOTOGRAPHIQUE.

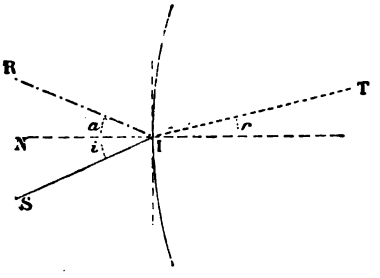
PREMIÈRE PARTIE.

CHAPITRE I.

LOIS DE LA RÉFRACTION.

1. Lois générales. — Quand un rayon lumineux SI (*fig.* 1) tombe sur la surface de séparation de deux milieux transparents, il se divise en deux, dont les directions diffèrent de la direction primitive : l'un, IR, est renvoyé vers le premier milieu, c'est le

Fig. 1.



rayon *réfléchi;* l'autre, IT, pénètre dans le second milieu, c'est le rayon *réfracté.*

Si nous appelons normale à la surface la perpendiculaire IN

élevée par le point d'incidence sur le plan tangent en ce point à la surface, les angles i, a et r, faits avec cette normale par les rayons incident, réfléchi et réfracté, sont dits respectivement angles d'incidence, de réflexion et de réfraction.

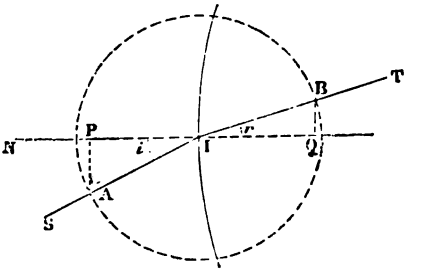
L'angle de réflexion est toujours égal à l'angle d'incidence; il n'en est pas de même de l'angle de réfraction.

S'il est plus petit que l'angle d'incidence, si par conséquent le rayon lumineux, en traversant la surface de séparation, s'est rapproché de la normale, on dit que le second milieu est plus réfringent que le premier : c'est le cas de tous les corps transparents, solides ou liquides, où pénètre un rayon venant de l'air. Le second milieu est dit moins réfringent que le premier si le rayon, en y pénétrant, s'écarte de la normale.

La distribution, entre les rayons réfléchi et réfracté, de la lumière qui se propage suivant le rayon incident varie avec la nature des deux milieux et avec l'angle d'incidence : la portion réfractée sera d'autant moins importante que l'angle d'incidence sera plus grand; si même le second milieu est moins réfringent que le premier, il y aura une valeur limite de l'angle d'incidence, telle que pour toute valeur plus grande il n'y aura plus de lumière réfractée; toute la lumière qui se propageait suivant le rayon incident se retrouve alors sur le rayon réfléchi; on dit qu'il y a réflexion totale.

Nous écarterons ce cas, et ne nous occuperons maintenant que du

Fig. 2.



rayon réfracté : sa direction est définie par les deux lois suivantes.

1° Le rayon réfracté reste dans le plan d'incidence, c'est-à-dire dans le plan formé par la normale et le rayon incident.

2° Il y a un rapport constant entre le sinus de l'angle d'incidence et le sinus de l'angle de réfraction : c'est-à-dire que si du point d'incidence comme centre nous décrivons une circonférence et que des points A et B où elle coupe les deux rayons nous abaissons des perpendiculaires AP et BQ sur la normale, le rapport des longueurs AP et BQ sera indépendant de la valeur de l'angle d'incidence et ne variera qu'avec la nature des deux milieux (*fig.* 2).

Tant que ceux-ci seront différents, AP et BQ ne pourront être égaux, et par suite les angles i et r, que s'ils sont tous deux nuls : donc les rayons rencontrant normalement la surface de séparation seront les seuls qui passeront sans être déviés de leur direction première.

2. Indices de réfraction. — Le rapport $\frac{AP}{BQ} = \frac{\sin i}{\sin r}$ est appelé indice du second milieu par rapport au premier; nous le désignerons par la lettre n.

L'indice de l'eau par rapport à l'air est très voisin de $\frac{4}{3}$; celui du verre par rapport à l'air varie avec la nature du verre, aux environs de $\frac{3}{2}$; il est plus grand pour les verres à base de plomb, ou *flint*, que pour les verres à base d'alcalis, ou *crown*.

Comme un rayon se propageant dans le second milieu suivant TI en sortira suivant IS, l'indice du premier milieu par rapport au second sera $\frac{BQ}{AP} = \frac{1}{n}$.

Si, d'une manière plus générale, nous appelons n_1 et n_2 les indices du premier et du second milieu par rapport au vide,

$$n = \frac{n_2}{n_1},$$

d'où la forme générale de la loi fondamentale

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{n_2}{n_1},$$

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r. \tag{1}$$

3. Réfraction par deux surfaces. — Si le rayon réfracté repasse ensuite du second milieu dans un troisième, il subira à la sortie

une seconde déviation qui pourra être de même sens que la première, ou de sens contraire. Nous supposerons, dans ce qui va suivre, que les deux milieux extrêmes soient identiques et d'indice moins grand que le milieu compris entre les surfaces.

4. Lames à faces parallèles. — Si les deux surfaces de séparation sont des plans parallèles, les deux déviations se compensent exactement et le rayon émergent est parallèle au rayon incident : le rayon lumineux aura seulement subi un déplacement latéral d'autant plus grand que la lame sera plus épaisse et le rayon incident plus écarté de la normale au point d'incidence (*fig.* 3).

Fig. 3.

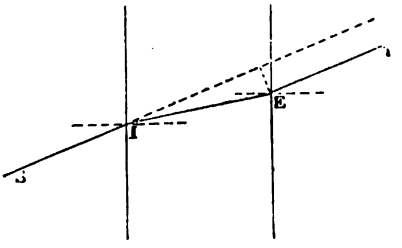
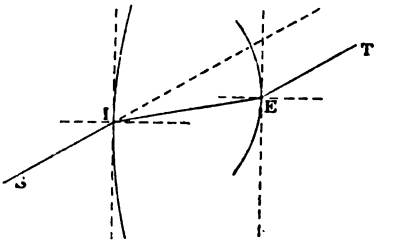


Fig. 3 *bis*.



Le même effet se produira, quelles que soient les surfaces de séparation, pour tout rayon traversant ces deux surfaces en des points où les plans tangents soient parallèles (*fig.* 3 *bis*).

5. Prismes. — Si la substance réfringente constitue un prisme, c'est-à-dire si elle est limitée par deux plans qui se coupent, la

Fig. 4.

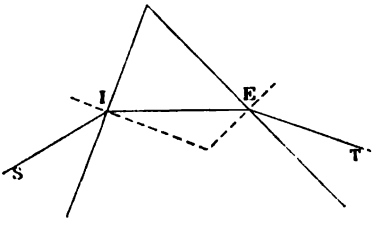
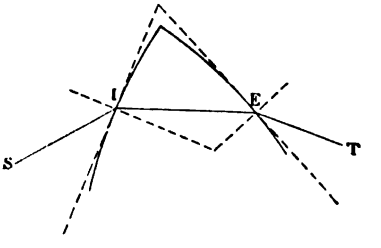


Fig. 4 *bis*.



double déviation aura pour effet de rapprocher le rayon de la base du prisme (*fig.* 4).

Si les deux surfaces sont courbes, le rayon se rapprochera de la base du prisme formé par les plans tangents aux points d'incidence et d'émergence (*fig. 4 bis*).

Si d'ailleurs le rayon est, dans sa portion incidente, situé dans un plan perpendiculaire à la ligne d'intersection des deux faces du prisme ou des deux plans tangents, il ne sortira pas de ce plan.

6. Lentilles sphériques. — On appelle lentille sphérique une masse de matière réfringente limitée par deux portions de sphères ; on appelle axe principal de la lentille la ligne qui joint les centres des deux sphères.

Une lentille est dite centrée quand l'axe principal est perpendiculaire aux plans des circonférences qui limitent les deux faces : cette condition doit toujours être remplie.

La normale en un point d'une sphère est toujours le rayon correspondant de la sphère : il en résulte que la normale en un point de l'une des faces d'une lentille passe toujours par le centre de la sphère dont cette face fait partie.

Si, d'autre part, nous examinons la section d'une lentille par un

Fig. 5.

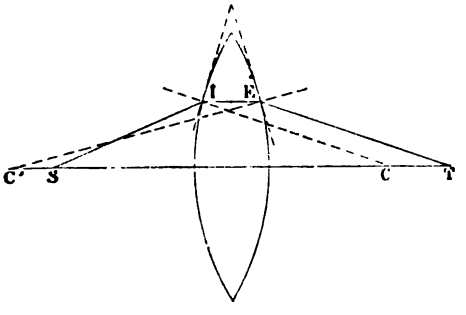
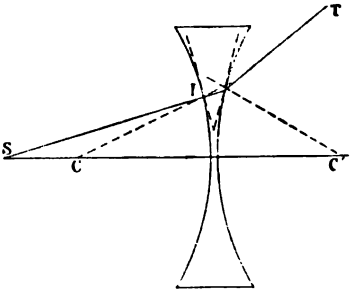


Fig. 5 *bis*.



plan passant par l'axe principal, et si nous nous reportons à ce que nous avons dit au paragraphe précédent, nous voyons que la double déviation que subit, en traversant la lentille, un rayon lumineux compris dans ce plan aura toujours pour effet de rabattre le rayon vers la base du triangle curviligne que forme la moitié de cette section, et cela sans le faire sortir du plan.

Donc les lentilles qui sont plus épaisses au centre qu'au bord,

rabattront sur l'axe principal les rayons lumineux qui, venant d'un point situé sur cet axe, tombent sur leur surface; elles sont dites *convergentes* (*fig.* 5).

Les autres, plus épaisses au bord qu'au centre, écarteront ces rayons de l'axe principal; on les appelle *divergentes* (*fig.* 5 *bis*).

L'expérience montre que d'un point ou d'un objet lumineux une lentille donne une image qui, avec les lentilles convergentes, peut en général être reçue sur un écran, et qui ne peut jamais l'être avec les lentilles divergentes; dans les deux cas, donc, les rayons lumineux provenant d'un même point reçoivent par leur passage dans la lentille des directions qui vont passer par un même point, qu'on appelle l'image du premier; dans le premier cas, cette image est dite réelle, virtuelle dans le second.

Les lois générales de la réfraction permettent de rendre compte de ce phénomène : on en trouvera plus loin l'étude mathématique, dont nous allons indiquer ici les résultats.

CHAPITRE II.

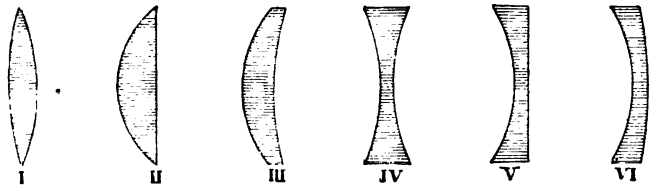
RÉFRACTION DANS LES LENTILLES ET LES OBJECTIFS.

I. — RÉFRACTION DANS UNE LENTILLE.

7. Lentilles convergentes et lentilles divergentes. — Les lois particulières que nous allons passer en revue s'appliquent également aux lentilles convergentes et aux lentilles divergentes. Nous avons vu que les premières sont plus épaisses au centre qu'au bord, et les secondes au bord qu'au centre.

Dans chacun des groupes, nous trouvons trois types différents : dans le premier, la lentille biconvexe (*fig.* 6, I), la lentille plan

Fig. 6.

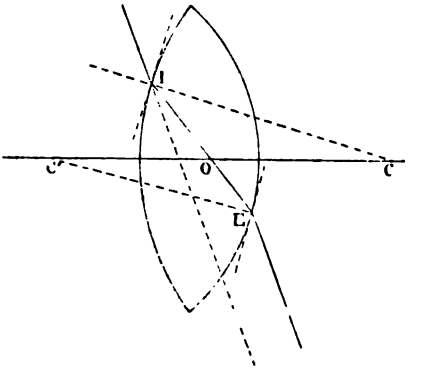


convexe (*fig.* 6, II), le ménisque convergent (*fig.* 6, III); dans le second, la lentille biconcave (*fig.* 6, IV), la lentille plan concave (*fig.* 6, V), le ménisque divergent (*fig.* 6, VI).

8. Axe principal. — D'une manière générale, tout rayon dont la direction, au moment où il rencontre l'une des faces, passe par le centre de la sphère dont cette face fait partie, la traverse sans être dévié, puisqu'il la rencontre normalement. Il en résulte qu'un rayon confondu avec l'axe principal traversera la lentille entière sans déviation, puisqu'il passe à la fois par les deux centres; et l'axe principal jouira seul de cette propriété.

9. **Centre optique.** — D'autre part, il existe sur cet axe un point O, tel que toute ligne qui y passe rencontre les deux faces de la lentille en deux points où les plans tangents sont parallèles entre eux. Donc tout rayon lumineux qui, dans son parcours à travers la lentille, passe par ce point, est réfracté comme par une lame à faces parallèles (*fig.* 7) et sort de la lentille parallèlement

Fig. 7.



à sa direction première; il aura seulement subi un déplacement latéral, qui sera d'autant plus grand que la lentille sera plus épaisse et le rayon plus incliné sur l'axe principal, et dont nous pourrons ne pas tenir compte si l'épaisseur de la lentille est très petite et le rayon peu incliné sur l'axe principal.

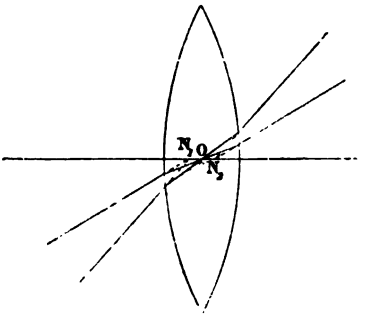
Ce point est dit *centre optique,* et les rayons qui le rencontrent sont appelés *axes secondaires.*

10. **Points nodaux.** — Parmi ces axes secondaires, considérons seulement ceux qui ne s'écartent pas trop de l'axe, et prolongeons, d'une part, toutes les portions incidentes, d'autre part, toutes les portions émergentes de ces rayons : les premières donnent un point de concours unique N_1, qu'on a appelé quelquefois centre d'arrivée; les seconds, un deuxième point N_2 dit centre de départ (*fig.* 8).

Nous désignerons ces points par le nom de *points nodaux,* que leur a donné Listing.

Ainsi tout rayon peu incliné sur l'axe principal, dont la direction incidente passe par le premier point nodal, ou centre d'ar-

Fig. 8.



rivée, sort de la lentille suivant une direction qui passe par le second point nodal ou centre de départ : la position des points nodaux varie avec la forme de la lentille.

11. **Foyers conjugués.** — Les lois générales de la réfraction nous montrent également que, parmi les rayons émanés d'un point quelconque P_1, situé sur l'axe principal, ceux qui s'écartent peu

Fig. 9.

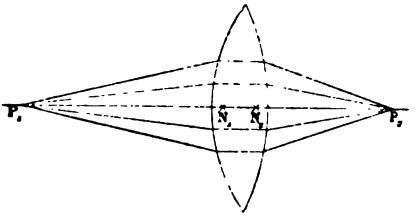
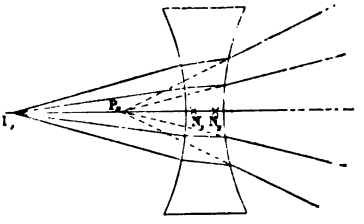


Fig. 9 *bis*.



de cet axe iront, après réfraction par la lentille, le couper en un point P_2, qui sera le même pour tous (*fig.* 9 et 9 *bis*); ce point de concours unique est dit *image* du point P_1. Sa position est donnée en fonction de celle du point P_1 par une relation entre les distances $P_1 N_1$, $P_2 N_2$, des deux points aux points nodaux correspondants.

Dans cette relation n'interviennent que les rayons des deux

faces, l'épaisseur de la lentille et l'indice de réfraction de la substance. Elle est d'ailleurs de forme très simple.

Dans le cas représenté par la *fig.* 9, ce sont les rayons réfractés eux-mêmes qui vont se couper en P_2; cette image pourra donc être reçue sur un écran : elle est *réelle.*

Dans le cas de la *fig.* 9 *bis,* ce sont seulement les prolongements des rayons réfractés qui se coupent en P_2; ce n'est donc plus un point de concours réel : l'image est *virtuelle.*

Comme rien n'exige que, suivant les rayons lumineux, la lumière se propage dans un sens déterminé, rien ne sera changé à leur marche si, au lieu de se faire de gauche à droite comme nous l'avons supposé ici, la propagation se fait de droite à gauche. Au lieu d'être l'image du point P_1, P_2 devient lui-même le point lumineux, et son image sera P_1. C'est ce qu'on exprime en disant que les deux points sont des foyers conjugués.

Nous devons seulement remarquer que, lorsqu'avec le premier mode de propagation nous obtenons, comme dans la *fig.* 9 *bis,* une image virtuelle P_2, si nous renversons ensuite le sens de marche de la lumière, le point P_2, considéré comme source lumineuse ayant son image en P_1, devra être une source virtuelle.

Il y a lieu d'insister sur cette expression : supposons qu'une lentille reçoive un faisceau de rayons convergents, sortant d'un système optique quelconque; ces rayons tendent vers un point de concours, qui est ici P_2 par exemple; la lentille en faisant dévier les rayons empêche ce point de concours de se former et lui en substitue un autre, qui est ici P_1 : nous dirons que P_2 est un point lumineux virtuel dont P_1 est l'image par rapport à la lentille.

Remarquons aussi que lorsque nous changeons ainsi le sens de propagation de la lumière, ou, ce qui revient au même, lorsque nous retournons la lentille face pour face, le point nodal d'incidence devient point nodal d'émergence, et réciproquement.

12. **Foyers principaux.** — Si le point lumineux s'éloigne jusqu'à l'infini, de sorte que les rayons venant de ce point à la lentille soient parallèles entre eux et à l'axe principal, l'image sera en un point qu'on appelle foyer principal de la lentille, image

réelle dans le cas des lentilles convergentes, virtuelle avec les lentilles divergentes (*fig.* 10 et 10 *bis*).

Tout rayon parallèle à l'axe principal et s'écartant peu de cet axe ira, après réfraction, passer par le foyer principal.

On appelle quelquefois *longueur focale* de la lentille la dis-

Fig. 10.

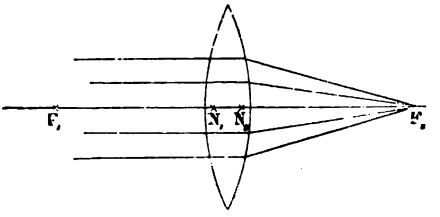
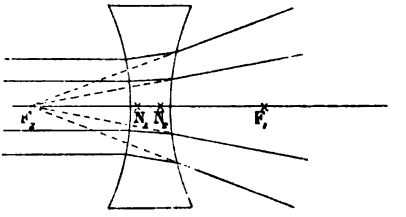


Fig. 10 *bis*.



tance du foyer principal à la lentille; on appelle *distance focale absolue* sa distance au second point nodal.

Il y a évidemment un foyer principal de chaque côté de la lentille : l'un, comme nous venons de le voir, sera le point de concours après réfraction des rayons qui tombent sur la lentille parallèlement à l'axe; ce sera le point F_2; l'autre sera le point de départ des rayons incidents qui, après réfraction, sortiront de la lentille parallèlement à l'axe : ce sera le point F_1.

Si l'on retourne la lentille, ces deux foyers changeront de rôle.

Lorsque les milieux extrêmes sont identiques, les deux foyers sont situés à égale distance des points nodaux correspondants

$$F_2N_2 = F_1N_1.$$

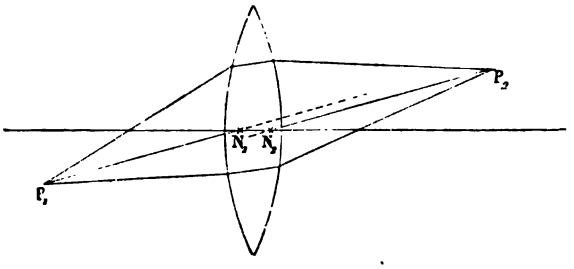
En d'autres termes, une lentille a la même distance focale absolue, quelle que soit la face qu'elle présente à la lumière; elle n'a pas en général la même longueur focale.

13. **Axes secondaires.** — Nous avons appelé axes secondaires les rayons dont la portion intérieure à la lentille passe par le centre optique; nous avons vu que, à l'extérieur de la lentille, chacun de ces axes est constitué par deux portions de droites parallèles entre elles et passant, la première par le premier point nodal, ou point nodal d'incidence, la seconde par le point nodal d'émergence;

tout ceci, d'ailleurs, sous la réserve que la direction considérée soit très peu oblique sur l'axe principal (*fig.* 11).

Ces axes secondaires jouissent de propriétés tout à fait semblables à celles de l'axe principal; en ce sens qu'un point lumineux situé sur un de ces axes, en P_1 par exemple, donnera une image unique P_2 qui sera située sur la seconde portion du même axe, et

Fig. 11.



que les distances relatives du point et de son image aux points nodaux correspondants seront liées par la même loi que suivant l'axe principal. En particulier, un faisceau de rayons parallèles entre eux et peu obliques à l'axe principal donnera un point de concours dit *foyer secondaire,* qui se trouvera sur la seconde portion de l'axe secondaire parallèle au faisceau, et la distance de ce point de concours au point nodal d'émergence sera la même que pour le foyer des rayons parallèles à l'axe principal.

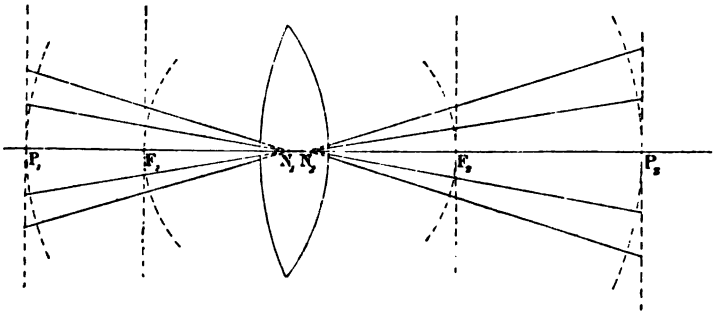
14. **Plans focaux.** — Il résulte de là que tous les foyers secondaires seront situés sur une portion de sphère ayant pour centre le point nodal d'émergence et pour rayon la distance focale absolue de la lentille. Comme il ne s'agit que d'axes secondaires peu inclinés sur l'axe principal, cette portion de sphère est de très petite ouverture; aussi peut-elle être, sans erreur appréciable, assimilée à une surface plane perpendiculaire à l'axe, et que nous appellerons le plan focal principal.

Nous aurons évidemment deux plans focaux principaux passant par les deux foyers principaux (*fig.* 12).

Considérons de même une série de points lumineux distribués sur une portion de sphère de très petite ouverture ayant pour

centre le point nodal d'incidence, ou sur une surface plane perpendiculaire à l'axe et assez limitée pour pouvoir être confondue avec la surface sphérique; chacun des points donnera son image sur la portion émergente de son axe secondaire; ces diverses images, dont la position est fixée par la même loi et qui correspondent à

Fig. 12.



des points également distants du point nodal d'incidence, seront également distantes du point nodal d'émergence. Elles seront donc distribuées sur une portion de sphère assimilable à un plan perpendiculaire à l'axe (*fig.* 12).

Le plan lieu des points lumineux et le plan lieu des images seront conjugués : ils sont dits plans focaux conjugués.

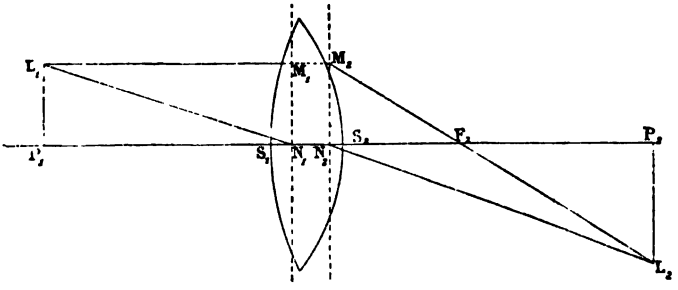
15. Image d'un objet. Grossissement. — Considérons un objet plan L_1P_1, perpendiculaire à l'axe et dont les points soient tous à des distances assez petites pour que leurs axes secondaires soient très peu obliques par rapport à l'axe : chacun de ces points donnera une image dans le plan focal conjugué de celui où se trouve l'objet, et l'ensemble de ces images constituera une image plane L_2P_2, perpendiculaire à l'axe et dans laquelle la disposition des divers points sera la même que dans l'objet.

Nous indiquerons dans une autre Partie plusieurs méthodes permettant de construire graphiquement l'image L_2P_2 : nous nous bornerons ici à une seule, qui est fondée sur cette propriété qu'un objet situé dans le plan perpendiculaire à l'axe en un des points nodaux donne, dans le plan mené perpendiculairement à l'axe par

l'autre point nodal, une image égale et de même sens ; ces plans sont dits plans principaux.

Or, tous les rayons partis de L_1 (*fig.* 13) se coupant en un même point de l'axe secondaire $L_1N_1N_2L_2$, nous n'avons besoin de construire la marche que d'un seul de ces rayons ; considérons celui qui se propage parallèlement à l'axe principal, il donnera naissance à une portion émergente qui passera par le foyer principal F_2 ; mais la portion incidente, qui rencontre le premier plan

Fig. 13.



principal au point M_1, peut être considérée comme émanée de ce point ; par suite, la portion émergente devra passer par l'image M_2 de ce point, image qui est telle que $N_2M_2 = N_1M_1$. Nous connaissons donc deux points du rayon émergent : nous pouvons le construire immédiatement. Il coupe l'axe secondaire en L_2, c'est l'image de L_1 et la ligne L_2P_2 perpendiculaire à l'axe sera l'image de L_1P_1.

Elle lui sera semblable, et le rapport de similitude, qui est le rapport de grandeur de deux dimensions homologues quelconques de l'image et de l'objet, sera appelé *grossissement*.

On voit d'ailleurs immédiatement que les triangles $L_1N_1P_1$ et $L_2N_2P_2$, ayant leurs côtés respectivement parallèles, sont semblables, et que par suite le rapport cherché est égal au rapport des distances de l'image et de l'objet aux points nodaux correspondants

$$\frac{L_2P_2}{L_1P_1} = \frac{P_2N_2}{P_1N_1}.$$

16. Position des points nodaux d'une lentille. — La position

des points nodaux d'une lentille se définit par leurs distances au sommet de la face d'entrée de la lumière pour le point nodal d'incidence, au sommet de la face de sortie pour le point nodal d'émergence, en appelant sommets des faces les points où les rencontre l'axe principal.

On pourra, pour toute lentille simple dans laquelle on connaîtra le rayon R_1 de la face d'entrée, le rayon R_2 de la face de sortie, l'épaisseur e, mesurée suivant l'axe principal, enfin l'indice de réfraction n de la substance qui constitue la lentille, calculer la position des points nodaux en substituant ces grandeurs dans les formules suivantes (§ 115) où x_1 représente la distance N_1S_1 relative au point nodal d'incidence, et x_2 la distance N_2S_2 relative au point nodal d'émergence.

$$(2)\qquad \begin{cases} x_1 = -R_1 \dfrac{e}{n(R_1 - R_2 + e) - e} \\ x_2 = -R_2 \dfrac{e}{n(R_1 - R_2 + e) - e}. \end{cases}$$

Ces formules, comme toutes celles dont nous ferons usage, ont été établies en convenant que toutes les longueurs seraient considérées comme positives si elles étaient dirigées, à partir de leur origine, du côté d'où vient la lumière, et comme négatives en sens inverse.

Dans ces conditions, elles sont absolument générales; mais il faudra avoir soin, dans les applications, lorsque l'on substituera à la lettre qui représente une grandeur sa valeur numérique, d'affecter ce nombre du signe qui lui est imposé par la convention. Inversement, le signe que donnera le calcul devant le nombre représentant la grandeur calculée nous indiquera dans quel sens elle doit être portée à partir de son origine.

Ainsi, dans le cas présent, les origines sont, pour toutes les grandeurs portant l'indice 1, le sommet S_1 de la face d'incidence; pour toutes celles qui portent l'indice 2, le sommet S_2 de la face d'émergence.

Par suite, le nombre qui, par exemple, représente R_1, rayon de la face d'entrée, devra être affecté du signe + si cette face est concave, puisque dans ce cas le rayon est dirigé à partir de son origine

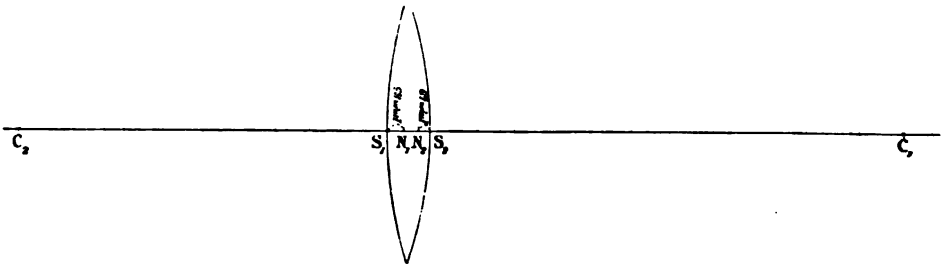
S_1 du côté des quantités positives. Il faudra, au contraire, le signe — si elle est convexe.

Si, d'autre part, le calcul nous donne pour x_1 une valeur positive, cela voudra dire que N_1S_1 devra être dirigé à partir de S_1 du côté des quantités positives, et par suite que N_1 se trouve en avant de la lentille, à l'extérieur.

C'est ce que l'on comprendra mieux avec des exemples numériques.

Soit par exemple (*fig.* 14) une lentille biconvexe dans laquelle

Fig. 14.



le rayon de la face antérieure soit de 67^{mm}, celui de la face postérieure de 54^{mm}, l'épaisseur 5^{mm}, l'indice 1,52 : nos conventions nous donnent

$$R_1 = -67, \qquad e = 5,$$
$$R_2 = +54, \qquad n = 1{,}52,$$

en substituant, il vient

$$x_1 = 67\,\frac{5}{1{,}52(-67-54+5)-5} = -\frac{335}{181{,}32} = -1^{mm},85,$$
$$x_2 = -54\,\frac{5}{1{,}52(-67-54+5)-5} = +\frac{270}{181{,}32} = +1^{mm},49.$$

Les deux points nodaux sont donc à l'intérieur de la lentille, le point nodal d'incidence en avant de l'autre : leurs distances aux deux faces sont respectivement $1^{mm},85$ et $1^{mm},49$.

Leur distance est de $1^{mm},66$, soit le tiers de l'épaisseur de la lentille.

Soit de même (*fig.* 15) un ménisque présentant sa concavité

vers la lumière; supposons que d'ailleurs les dimensions soient les mêmes. Ici, d'après nos conventions,

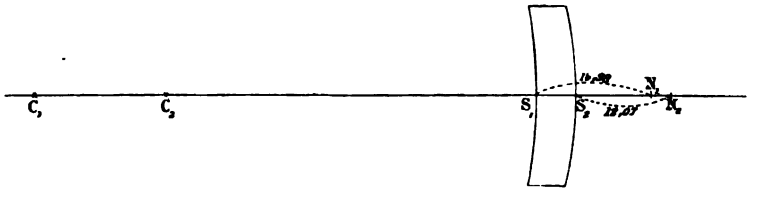
$$R_1 = +67, \qquad e = 5,$$
$$R_2 = +54, \qquad n = 1{,}52,$$

il vient

$$x_1 = -67\,\frac{5}{1{,}52(67-54+5)-5} = -14{,}98,$$
$$x_2 = -54\,\frac{5}{1{,}52(67-54+5)-5} = -12{,}07.$$

Les deux points nodaux sont en arrière des faces correspondantes. Ils sont même tous deux à l'extérieur de la lentille. Leur

Fig. 15.



distance est de $2^{mm},05$, soit un peu plus du tiers de l'épaisseur. La lentille prise ici comme exemple serait d'ailleurs peu utilisable en Photographie, comme trop peu convergente; mais, dans tout ménisque, l'un au moins des points nodaux est à l'extérieur de la lentille.

Avec une lentille plan courbe, on trouverait toujours l'un des points nodaux au sommet de la face courbe.

Avec des lentilles à faces symétriques, et dans ce cas seulement, on trouvera les points nodaux symétriquement placés, et par suite il suffira, dans ces lentilles, de calculer l'une seulement des deux distances x_1 et x_2, ces deux distances étant égales.

Enfin, avec des lentilles très épaisses, on pourrait trouver les points nodaux inversés, c'est-à-dire que le point nodal d'émergence pourrait être en avant de l'autre.

L'écartement des deux points varie peu avec la forme de la lentille si l'épaisseur est peu considérable et ne change pas : il est assez voisin du tiers de l'épaisseur.

17. **Position des foyers principaux. Calcul de la distance focale.** — La position des foyers principaux se définit par leurs distances aux points nodaux : au point nodal d'émergence pour le foyer que forment les rayons qui tombent sur la lentille parallèlement à l'axe; au point d'incidence pour le point de départ des rayons qui sortent de la lentille parallèlement à l'axe.

Ces distances sont données (§ 116) pour le foyer F_2 par

$$(3) \qquad f_2 = -\frac{n}{n-1}\frac{R_1 R_2}{n(R_1 - R_2 + e) - e},$$

et pour le foyer F_1 par

$$(3\ bis) \qquad f_1 = \frac{n}{n-1}\frac{R_1 R_2}{n(R_1 - R_2 + e) - e} = -f_2.$$

Elles sont donc égales et de signes contraires : on pose en général

$$f = f_1 = -f_2$$

et c'est ce qu'on appelle la distance focale absolue.

Le calcul numérique fait au moyen de ces formules, en tenant compte comme toujours de notre convention de signes, qui a servi à les établir, donnera toujours pour f une valeur positive dans les lentilles convergentes, où le foyer principal F_2 est toujours en arrière de la lentille, et une valeur négative dans les lentilles divergentes, où il est toujours en avant.

Calculons par exemple la position des foyers dans la lentille biconvexe dont nous avons calculé les points nodaux :

$$R_1 = -67^{mm}, \qquad e = 5^{mm},$$
$$R_2 = +54^{mm}, \qquad n = 1,52.$$

Il vient

$$f_2 = -\frac{1,52}{0,52}\frac{-67 \times 54}{1,52(-67 - 54 + 5) - 5} = -56,3,$$

d'où

$$f_1 = +56,3,$$

et la distance focale absolue de cette lentille est

$$+56^{mm},3.$$

Quant à sa longueur focale principale, nous pouvons la calculer, puisque nous connaissons la position de ses points nodaux.

Elle est

$$56,3 - 1,49 = 54,81.$$

Si nous retournions la lentille face pour face, la longueur focale deviendrait

$$56,3 - 1,85 = 54,45.$$

18. Relation générale des foyers conjugués. — Ayant ainsi calculé la position des points nodaux et la distance focale absolue, nous pouvons calculer pour un point lumineux donné sur l'axe la position de son image, et inversement; les positions des deux points étant définies par leurs distances au point nodal d'incidence pour le premier, au point nodal d'émergence pour le second.

Le calcul fait pour les distances de deux foyers conjugués s'appliquera aux distances de deux plans focaux conjugués, et par conséquent d'un objet et de son image.

Il s'effectue au moyen d'une relation générale entre les deux distances, qui est dite relation générale des foyers conjugués (§ 119).

Si nous désignons par p_1 la distance du point objet (ou de l'objet plan perpendiculaire à l'axe) au point nodal d'incidence; par p_2 celle de l'image au point nodal d'émergence, nous avons

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f}. \tag{4}$$

D'après ce que nous avons vu au paragraphe précédent, nous devrons, en substituant à f, distance focale absolue, sa valeur numérique, affecter cette valeur du signe + si la lentille est convergente, du signe — si elle est divergente.

Nous devrons d'autre part, toujours pour obéir à notre convention, affecter du signe + la distance p_1 si le point lumineux est en avant de la lentille, ce qui aura forcément lieu s'il est réel; du signe — s'il est virtuel, c'est-à-dire s'il est lui-même une image que la lentille empêche de se former pour lui en substituer une autre.

Dans ces conditions, la formule s'appliquera à tous les cas possibles, et si elle nous donne pour p_2 une valeur négative, nous en conclurons que l'image est réelle, puisque cela voudra dire que le point de concours des rayons réfractés se fait derrière la lentille, c'est-à-dire sur les rayons réfractés eux-mêmes; si elle nous donne pour p_2 une valeur positive, cela nous montrera que le point de concours est en avant de la lentille et par suite ne peut être que sur les prolongements des rayons réfractés; c'est-à-dire que l'image sera virtuelle.

Pour déterminer p_2 en fonction de p_1, il sera commode de mettre l'équation générale sous la forme

$$p_2 = \frac{p_1 f}{f - p_1}. \qquad (4\ bis)$$

Si, au contraire, on se fixe d'avance la position de l'image et qu'on veuille calculer à quelle distance du point nodal d'incidence il faut disposer l'objet, on mettra la relation générale sous la forme

$$p_1 = \frac{p_2 f}{p_2 + f}. \qquad (4\ ter)$$

Nous donnerons, à propos d'un objectif, des exemples d'application de ces formules. Le calcul se ferait ici absolument de la même manière.

19. Calcul du grossissement. — Nous avons défini le grossissement par le rapport de grandeur de deux dimensions homologues de l'image et de l'objet, et nous avons fait voir (§ 15) que ce rapport était égal au rapport des distances de l'image et de l'objet aux points nodaux correspondants. Si nous désignons par h_2 et h_1 deux dimensions homologues dans l'image et dans l'objet, et si nous complétons notre convention de signes en convenant que ces dimensions seront considérées comme de même signe si elles sont du même côté de l'axe principal, et comme de signes contraires si elles sont l'une au-dessus de l'axe, l'autre au-dessous, nous aurons la proportion

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{p_2}{p_1}, \qquad (5)$$

ce qui nous permettra de calculer le grossissement lorsque nous connaîtrons à la fois les positions de l'image et de l'objet. Il nous suffira d'ailleurs de connaître une de ces deux distances seulement, car, grâce à la relation générale entre p_1 et p_2, nous pouvons mettre la formule du grossissement sous la forme

(5 *bis*) $$\frac{h_2}{h_1} = \frac{f}{f - p_1},$$

ou sous la forme

(5 *ter*) $$\frac{h_2}{h_1} = \frac{p_2 + f}{f},$$

équations qui nous permettront en outre de calculer, par exemple, à quelle distance nous devons placer un objet d'une lentille donnée pour que l'image obtenue présente un grossissement fixé d'avance.

Grâce aux conventions faites, ce calcul du grossissement nous indiquera le sens de l'image; étant donnée une certaine valeur de p_1 par exemple, nous savons déjà que nous aurons une image réelle si le calcul de la relation générale des foyers conjugués nous donne pour p_2 une valeur négative; nous saurons que l'image est renversée par rapport à l'objet si le calcul du grossissement nous donne pour $\frac{h_2}{h_1}$ une valeur négative; il est clair, d'ailleurs, que l'image sera plus grande que l'objet si, en valeur absolue, la valeur trouvée est supérieure à 1; plus petite si elle est inférieure à 1.

II. — RÉFRACTION DANS UN SYSTÈME CENTRÉ.

20. Généralisation. — Nous venons de voir comment on pouvait résoudre tous les problèmes relatifs à la réfraction dans une lentille unique des rayons peu obliques entre eux et par rapport à l'axe principal; et cela en connaissant soit les éléments géométriques de la lentille, rayons des faces, indice de réfraction, épaisseur; soit ses éléments optiques, distance focale absolue, position des points nodaux; ces derniers éléments peuvent être en effet soit calculés en fonction des premiers, soit déterminés directement par l'expérience au moyen de procédés que nous indiquerons plus loin.

Les méthodes s'appliquent exactement, et sans complication aucune, au cas de la réfraction de ces rayons, dits rayons centraux, par une combinaison quelconque de lentilles : il faut seulement que cette combinaison constitue un système centré, c'est-à-dire que les centres des diverses surfaces soient tous sur une même ligne droite, dite axe principal ou axe optique du système. Par conséquent, elles s'appliqueront en particulier à un objectif quelconque de Photographie.

Un tel système possède, en effet, comme une lentille unique, deux points nodaux et deux foyers principaux également distants des points nodaux correspondants.

21. Position des points nodaux dans un système formé de deux lentilles accolées. Distance focale. — La seule complication introduite a trait au calcul des éléments optiques en fonction des éléments géométriques, et cela simplement parce que le nombre de ces derniers s'est accru.

Ce calcul est encore relativement simple dans le cas de deux lentilles accolées, cas très fréquent, car nous verrons que les lentilles sont presque toujours accouplées en vue de la correction des aberrations.

On trouvera plus loin (§ 145) les formules donnant, directement en fonction des éléments géométriques, les valeurs des distances y_1 et y_2, du point nodal d'incidence au sommet de la face d'entrée de la lumière et du point nodal d'émergence au sommet de la face de sortie, ainsi que la valeur de la distance focale principale φ.

Nous ne les reproduisons pas ici, car nous verrons au paragraphe suivant une méthode nous permettant de calculer les éléments optiques d'un système de deux lentilles accolées en fonction des éléments optiques des deux lentilles considérées isolément, et cette méthode est d'un emploi beaucoup plus commode.

22. Cas de deux lentilles non accolées. Position des points nodaux. Distance focale. — Considérons un système de deux lentilles montées sur un même axe et séparées par une lame d'air d'épaisseur e_1.

Nous pourrions calculer directement dans ce cas comme dans le précédent les éléments optiques en fonction des éléments géométriques; mais le nombre de ces derniers serait encore accru de deux; aussi la complication des formules deviendrait-elle très grande. Nous aurons des formules plus simples en calculant d'abord pour chacune des lentilles ses éléments optiques, et en calculant ensuite ceux du système en fonction de ceux-là.

Soient donc, pour la première lentille, x_1 et x_2 les distances de ses points nodaux aux sommets correspondants de ses faces, f la distance focale absolue, e l'épaisseur.

Soient de même, pour la seconde, x'_1, x'_2, f' et e' les quantités correspondantes.

Soit enfin e_1 l'épaisseur de la lame d'air.

Si nous désignons par z_1 et z_2 les distances des points nodaux du système aux sommets des faces extrêmes, ces longueurs nous seront données (§ 156) en grandeur et en signe par

$$(6)\qquad \begin{cases} z_1 = x_1 - (e_1 + x_2 - x'_1)\,\dfrac{f}{f + f' - (e_1 + x_2 - x'_1)}, \\ z_2 = x'_2 + (e_1 + x_2 - x'_1)\,\dfrac{f'}{f + f' - (e_1 + x_2 - x'_1)}. \end{cases}$$

La distance focale absolue, que nous désignerons par φ, sera donnée (§ 156) en fonction des mêmes éléments, en grandeur et en signe, par

$$(7)\qquad \varphi = \frac{ff'}{f + f' - (e_1 + x_2 - x'_1)}.$$

23. Application des formules au cas de deux lentilles accolées. — On voit immédiatement que les formules que nous venons de transcrire peuvent servir au cas de deux lentilles accolées; il suffit d'y faire

$$e_1 = 0.$$

Si nous reprenons pour ce cas les notations que nous lui avions appliquées, c'est-à-dire y_1 et y_2 pour les distances des points nodaux aux sommets, φ pour la distance focale principale, les for-

mules deviennent

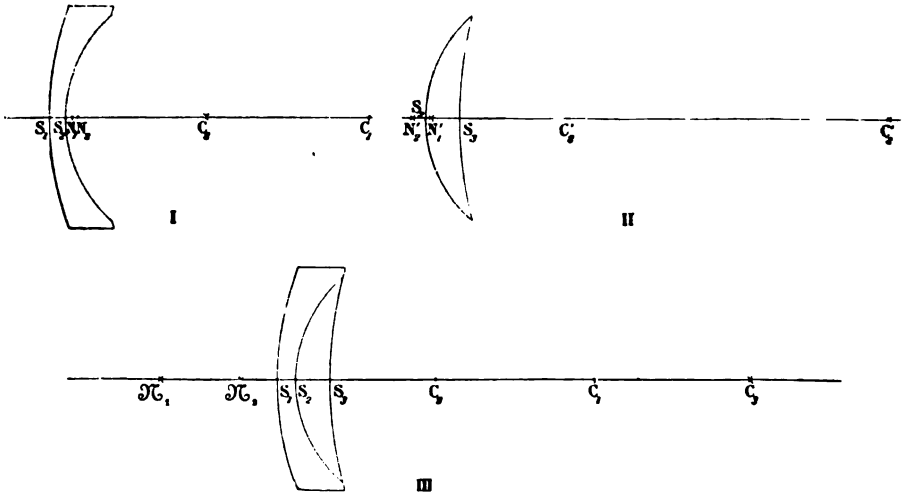
$$(8)\qquad \begin{cases} y_1 = x_1 - (x_2 - x'_1)\,\dfrac{f}{f + f' - (x_2 - x'_1)}, \\ y_2 = x'_2 + (x_2 - x'_1)\,\dfrac{f'}{f + f' - (x_2 - x'_1)}. \end{cases}$$

$$(9)\qquad \varphi = \frac{ff'}{f + f' - (x_2 - x'_1)}.$$

Nous allons donner comme exemple numérique le calcul des éléments optiques pour la lentille antérieure d'un objectif très répandu, le *Rectilinéaire rapide* $6\frac{1}{2} \times 8\frac{1}{2}$, de Dallmeyer.

Cette lentille est un ménisque combiné, formé d'un ménisque

Fig. 16.



divergent en flint et d'un ménisque convergent en crown. Elle tourne sa convexité vers la lumière (*fig.* 16, III).

Les dimensions du flint (*fig.* 16, I) sont, en grandeur et en signe,

$$R_1 = -57,149.$$
$$R_2 = -25,40.$$
$$e = \quad 2,032.$$
$$n = \quad 1,574013.$$

Calculons d'abord ses éléments au moyen des formules (2) et (3), relatives à une lentille simple.

$$x_1 = -R_1 \frac{e}{n(R_1 - R_2 + e) - e},$$

$$x_2 = -R_2 \frac{e}{n(R_1 - R_2 + e) - e},$$

$$f = \frac{n}{n-1} \frac{R_1 R_2}{n(R_1 - R_2 + e) - e}.$$

Le dénominateur commun

$$n(R_1 - R_2 + e) - e$$
$$= 1,574013\,[-57,149 + 25,4 + 2,032] - 2,032 = -48,807.$$

Par suite

$$x_1 = \frac{57,149 \times 2,032}{-48,807} = -2,379,$$

$$x_2 = \frac{25,4 \times 2,032}{-48,807} = -1,057,$$

$$f = \frac{1,574013}{0,574013} \frac{57,149 \times 25,4}{-48,807} = -81,554.$$

Pour le crown (*fig.* 16, II), les dimensions sont :

$$R_2 = -25,4,$$
$$R_3 = -74,852,$$
$$e' = 6,133,$$
$$n' = 1,541022.$$

Le dénominateur commun

$$n'(R_2 - R_3 + e') - e'$$
$$= 1,541022\,[-25,4 + 74,852 + 6,133] - 6,133 = +79,525,$$

et par suite

$$x'_1 = \frac{25,40 \times 6,133}{79,525} = +1,959,$$

$$x'_2 = \frac{74,852 \times 6,133}{79,525} = +5,773,$$

$$f' = \frac{25,40 \times 74,852}{79,525} = +68,098.$$

Considérons maintenant le système formé par la combinaison

des deux lentilles, et substituons les valeurs que nous venons de trouver dans les expressions (8) et (9) de y_1, de y_2 et de φ.

Le dénominateur commun

$$f + f' - (x_2 - x'_1)$$
$$= -81,554 + 68,098 - (-1,057 - 1,959) = -10,440;$$

d'où

$$y_1 = -2,379 + 3,016 \frac{81,554}{10,44} = +21,181,$$
$$y_2 = 5,773 + 3,016 \frac{68,098}{10,44} = +25,446,$$
$$\varphi = \frac{81,554 \times 68,098}{10,44} = +531,963.$$

24. Cas d'un système quelconque formé de lentilles accolées. — On utilise souvent en Photographie les systèmes formés de trois lentilles accolées (Objectif simple grand angulaire de Dallmeyer, *Landscape lens* de Dallmeyer). Pour calculer les éléments d'un tel système, on pourrait partir directement des éléments géométriques. Le calcul serait extrêmement fastidieux.

On calculera séparément les éléments optiques des trois lentilles

$$\begin{array}{lll} x_1, & x_2, & f, \\ x'_1, & x'_2, & f'. \\ x''_1, & x''_2, & f'', \end{array}$$

puis on calculera les éléments du système formé par les deux premières en se servant des formules (8) et (9); on aura ainsi

$$y_1, \quad y_2 \quad \text{et} \quad \varphi.$$

Puis le système des deux premières lentilles étant ainsi ramené à une lentille unique, on le combinera avec la troisième et l'on aura, au moyen des formules (6) et (7),

$$(10) \quad \begin{cases} z_1 = y_1 - (y_2 - x''_1) \dfrac{\varphi}{\varphi + f'' - (y_2 - x_1)}, \\ z_2 = x''_2 + (y_2 - x''_1) \dfrac{f''}{\varphi + f'' - (y_2 - x_1)}, \end{cases}$$

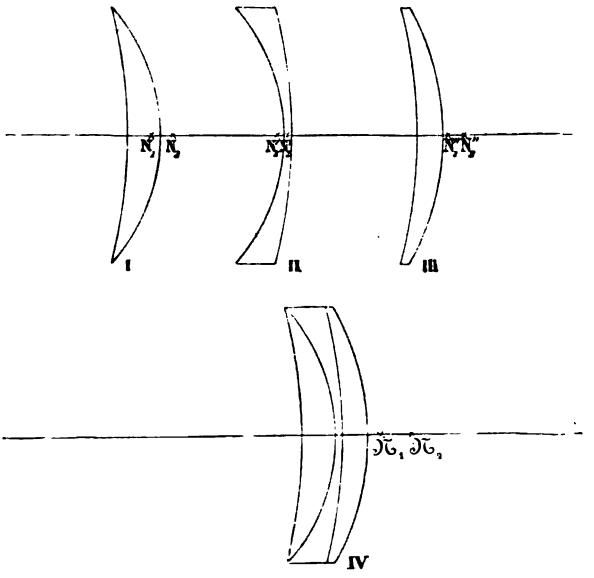
$$(11) \quad f = \frac{\varphi f''}{\varphi + f'' - (y_2 - x_1)}.$$

Je ne crois pas qu'on ait jamais accolé plus de trois lentilles, mais il est évident que le procédé conviendrait pour un nombre quelconque, en combinant ainsi de proche en proche.

Nous allons calculer, comme exemple, les éléments d'un objectif simple grand angulaire pour vues, de Dallmeyer [*Wide angle Landscape*] (*fig.* 17, IV).

Dans cet objectif, composé d'un ménisque divergent en flint

Fig. 17.



compris entre deux ménisques convergents de crown et tournant sa concavité vers la lumière, nous avons, comme dimensions de la première lentille de crown (*fig.* 17, I),

$$\begin{aligned} R_1 &= +\ 108{,}89, \\ R_2 &= +\ 30{,}48, \\ e &= \quad 5{,}84, \\ n &= \quad 1{,}51458. \end{aligned}$$

Le calcul que nous avons indiqué nous donne

$$x_1 = -5{,}223, \qquad x_2 = -1{,}462, \qquad f = +80{,}23.$$

De même les dimensions du ménisque de flint (*fig.* 17, II) étant

$$\begin{aligned} R_2 &= +30,48, \\ R_3 &= +95,35, \\ e' &= \quad 1,27, \\ n' &= \quad 1,574013, \end{aligned}$$

il en résulte pour ses éléments optiques

$$x'_1 = +0,0382, \qquad x'_2 = +1,1945, \qquad f' = -78,611.$$

Enfin, le second crown (*fig.* 17, III) ayant comme dimensions

$$\begin{aligned} R_3 &= +95,35, \\ R_4 &= +45,719, \\ e'' &= \quad 3,84, \\ n'' &= \quad 1,517116, \end{aligned}$$

ses éléments optiques seront

$$x''_1 = -4,74, \qquad x''_2 = -2,27, \qquad f'' = +165,49.$$

Combinons d'abord le premier ménisque de crown avec le flint : il en résulte un système pour lequel les équations (8) et (9) donnent

$$y_1 = +37,5, \qquad y_2 = +43,05, \qquad \varphi = -1821,25.$$

Associons enfin le système avec la seconde lentille de crown, et substituons dans les équations (10) et (11) les valeurs de y_1, r_2, x''_1, x''_2, φ et f''.

Elles deviennent

$$z_1 = 37,5 - 47,79 \frac{-1821,25}{-1703,55} = -13,59,$$

$$z_2 = -2,27 + 47,79 \frac{165,49}{-1703,55} = -6,91,$$

$$f = \frac{-182,25 \times 165,49}{-1703,55} = +176,93.$$

25. **Cas d'un objectif quelconque.** — On procédera de façon semblable pour un objectif quelconque.

On commencera par calculer les éléments optiques des groupes de lentilles accolées; on aura ainsi pour chaque groupe

$$\begin{array}{lll} y_1, & y_2, & \varphi, \\ y'_1, & y'_2, & \varphi', \\ y''_1, & y''_2, & \varphi'', \\ \ldots & \ldots & \ldots; \end{array}$$

on mesurera l'épaisseur suivant l'axe des lames d'air interposées; soit e_1 entre le premier et le second groupe; e_2 entre le second et le troisième, et ainsi de suite; puis on calculera les éléments du système formé par les deux premiers groupes au moyen des formules (6) et (7), qui deviennent

$$(12)\quad \left\{ \begin{aligned} z_1 &= y_1 - (e_1 + y_2 - y'_1)\frac{\varphi}{\varphi + \varphi' - (e_1 + y_2 - y'_1)}, \\ z_2 &= y'_2 + (e_1 + y_2 - y'_1)\frac{\varphi'}{\varphi + \varphi' - (e_1 + y_2 - y'_1)}, \end{aligned} \right.$$

$$(13)\qquad f = \frac{\varphi\varphi'}{\varphi + \varphi' - (e_1 + y_2 + y'_1)}.$$

On combinera ensuite ce premier système avec le troisième groupe, et ainsi de suite.

Ces calculs seront considérablement abrégés quand il s'agira des objectifs, très nombreux, qui sont constitués par la réunion de deux groupes identiques symétriquement disposés.

Dans ce cas, en effet, on aura respectivement

$$y_1 = -y'_2, \qquad y_2 = -y'_1, \qquad \varphi = \varphi'$$

et de plus

$$z_1 = -z_2.$$

Nous allons calculer, comme exemple, les éléments optiques du *Rectilinéaire rapide* de Dallmeyer, dont nous avons déjà calculé (§ 23) l'une des lentilles combinées.

Nous avons trouvé, pour cette lentille,

$$\begin{aligned} y_1 &= +\ 21,181, \\ y_2 &= +\ 25,446, \\ \varphi &= +531,963. \end{aligned}$$

L'objectif étant symétrique, nous en concluons que

$$\gamma'_1 = -\ 25,446,$$
$$\gamma'_2 = -\ 21,181,$$
$$\varphi' = +\ 531,963.$$

Comme, d'autre part, l'épaisseur de la lame d'air

$$e_1 = 37,591,$$

le dénominateur commun des expressions de z_1 et de f devient

$$\varphi + \varphi' - (e_1 + \gamma_2 - \gamma'_1)$$
$$= 2 \times 531,963 - (37,591 + 2 \times 25,446) = 975,443,$$

et nous en déduisons

$$z_1 = 21,181 - 88,483\,\frac{531.963}{975,443} = -\,27^{mm},074,$$

d'où

$$z_2 = +\,27^{mm},074;$$

et pour f, il vient

$$f = \frac{(531,963)^2}{975,443} = 290^{mm},011.$$

On peut remarquer que, l'épaisseur totale de l'objectif étant de $53^{mm},921$, dont la moitié est 26,960, les deux points nodaux sont sensiblement confondus. La disposition particulière dont nous allons parler est ici réalisée.

26. Disposition particulière. — M. A. Martin a en effet démontré qu'il est possible dans certains cas d'obtenir la coïncidence des points nodaux d'un objectif : cela pourra être réalisé, en particulier, toutes les fois que l'objectif sera constitué par la combinaison de deux groupes symétriques de lentilles.

Si nous considérons, en effet, soit dans une lentille, soit dans un objectif formé de deux groupes de lentilles, les portions transverses des axes secondaires, c'est-à-dire, dans le premier cas, les portions intérieures à la lentille elle-même ; dans le second cas, les portions comprises dans la lame d'air intermédiaire, on démontre

que ces portions rencontrent l'axe principal en un point unique, qui est ce qu'on nomme le centre optique. Ce centre optique est l'image de chacun des points nodaux par rapport aux faces correspondantes de la lentille unique ou par rapport aux groupes correspondants.

En effet, les portions incidentes des axes secondaires sont, en somme, des rayons se dirigeant vers le point nodal d'incidence, et puisque la première réfraction les fait passer par le centre optique, celui-ci est l'image que la première surface ou le premier groupe donne du point nodal d'incidence, et inversement. De même, puisque les portions transverses des axes secondaires, pouvant être considérées comme émanant du centre optique, prennent à la sortie des directions qui passent par le point nodal d'émergence, celui-ci est l'image du centre optique par rapport à la face de sortie ou par rapport au second groupe.

Or il existe pour chaque lentille convergente, simple ou composée, un point, appelé par M. Martin *point de Bravais,* qui est situé sur l'axe principal et qui jouit de cette propriété que l'image d'un point lumineux occupant cette position se superpose exactement à lui.

Si l'on s'arrange de façon que les points de Bravais coïncident entre eux et avec le centre optique, les points nodaux de l'objectif et son centre optique seront réunis au même point. Dans un objectif symétrique, les points de Bravais des deux groupes en seront à égale distance, et, de même, le centre optique en sera également distant. Il suffira donc dans ce cas que les deux points de Bravais soient amenés à se confondre.

Dans une lentille simple infiniment mince, le centre optique et les points nodaux sont toujours confondus, et alors le centre optique jouit de cette double propriété que les rayons qui y passent traversent la lentille sans déviation ni déplacement et qu'il est le centre de similitude de l'objet et de son image.

Dans les lentilles épaisses et dans les combinaisons de lentilles en général, le centre optique n'a plus cette double propriété et ne présente pas grand intérêt.

Il la retrouve dans les objectifs où est réalisée la disposition dont nous venons de parler. Si bien que, dans ces objectifs, les axes

secondaires ne subiront ni déviation, ni déplacement et que le centre optique sera centre de similitude.

Ces objectifs se comporteront comme une lentille mince au point de vue de la réfraction des rayons centraux.

27. Propriété particulière du point nodal d'émergence. — Si l'on reçoit sur un écran l'image donnée de points assez éloignés par une lentille ou par un objectif quelconque, et que l'on fasse tourner l'objectif autour d'un axe passant par son point nodal d'émergence, on voit que l'image reçue sur l'écran reste absolument immobile; si l'axe de rotation est en avant du point nodal d'émergence, on voit l'image se déplacer sur l'écran dans le sens de la rotation; s'il est en arrière, on la voit se déplacer en sens contraire.

Cette propriété, déjà signalée dans la brochure de Secrétan sur les systèmes convergents, a reçu de M. le Commandant Moëssard deux applications très intéressantes : l'une pour la détermination des points nodaux au moyen d'un appareil destiné à l'étude des objectifs et que nous examinerons plus loin, le *Tourniquet;* l'autre pour la construction d'un appareil panoramique, le *Cylindrographe* (1).

28. Relation générale des foyers conjugués. — Nous avons pu, sans difficulté, calculer les éléments optiques d'un objectif quelconque, en fonction de ses éléments géométriques.

Il est facile de démontrer (*voir* § 138) que la relation générale des foyers conjugués, établie pour une lentille unique, s'applique exactement au cas d'un système centré quelconque. Nous avons encore, en désignant par f la distance focale absolue du système, par p_1 la distance de l'objet au point nodal d'incidence, par p_2 la distance de l'image au point nodal d'émergence,

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f}, \tag{14}$$

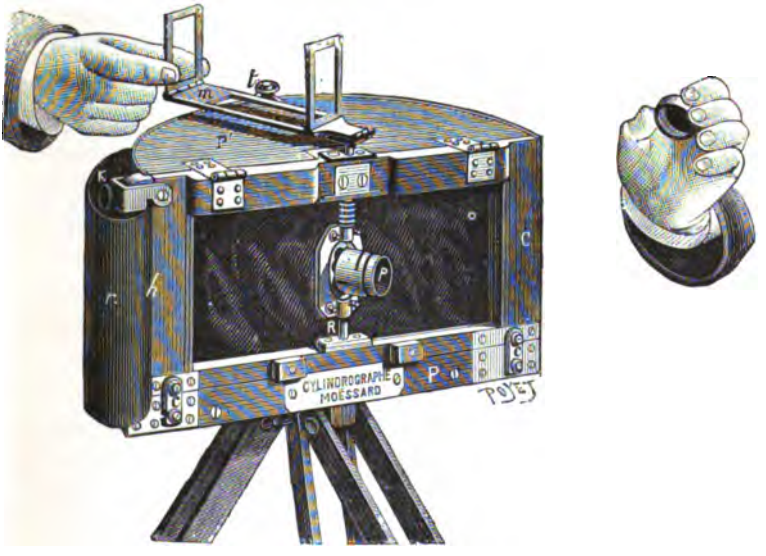
(1) Le Cylindrographe est une très ingénieuse solution du problème, très difficile, de la Photographie panoramique. L'appareil comprend une chambre hémicylindrique dont le pourtour intérieur est garni d'une surface sensible et un objectif ordinaire, qui peut tourner autour d'un axe passant par son point nodal d'émergence et confondu avec l'axe du cylindre; cet objectif, en tournant, donne

et la formule, grâce à nos conventions de signes, conviendra à tous les cas possibles.

29. **Plans focaux principaux. Plans focaux conjugués.** — Les foyers secondaires, correspondant aux divers faisceaux formés de rayons parallèles entre eux et peu obliques par rapport à l'axe principal, se trouveront ici encore sur une portion de sphère pouvant être assimilée à un plan. Nous aurons ainsi, à chacun des foyers principaux de l'objectif, un plan focal principal.

---

successivement l'image des diverses parties du panorama sur les diverses portions de l'écran sensible, et, grâce à la propriété du point nodal, les images partielles



se juxtaposent sans que le mouvement de l'objectif apporte aucun trouble dans leur formation.

Au moyen d'une alidade, placée à la partie supérieure de la chambre, et qui commande les mouvements de l'objectif, on fait, pendant la pose, osciller celui-ci de manière que les diverses parties de la surface sensible reçoivent à leur tour et pendant le même temps les rayons lumineux.

Tout le monde a pu voir les belles photographies qui ont été obtenues avec cet appareil; elles doivent évidemment, pour être examinées, être collées non pas sur une surface plane, mais sur un demi-cylindre de même rayon que la chambre; pour n'avoir aucune courbure des lignes droites, il faudrait placer l'œil sur l'axe du demi-cylindre. (Voir *le Cylindrographe, appareil panoramique,* par P. Moëssard. 2 vol. in-18. 1889; Paris, Gauthier-Villars et fils.)

De même, les foyers conjugués de points situés sur une portion de sphère ayant pour centre le point nodal d'incidence seront distribués sur une portion de sphère ayant pour centre le point nodal d'émergence, et, comme il ne s'agit que de rayons très peu obliques à l'axe, ces portions de sphères seront assez petites par rapport à leurs rayons pour être confondues avec des plans.

Nous aurons donc des plans focaux conjugués, et un objet plan, perpendiculaire à l'axe et petit par rapport à sa distance à l'objectif, nous donnera encore une image plane et perpendiculaire à l'axe.

30. **Grossissement.** — De même que la relation des foyers conjugués, la formule du grossissement, établie pour une lentille unique, subsiste pour un objectif quelconque; c'est-à-dire que nous avons encore, en désignant par h_2 et h_1 deux dimensions homologues de l'image et de l'objet,

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{p_2}{p_1}, \tag{15}$$

ce que nous pourrons écrire, en vertu de la relation des foyers conjugués,

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{f}{f - p_1} \tag{15 bis}$$

ou

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{f + p_2}{f}. \tag{15 ter}$$

Remarque. — La distance focale absolue étant la même des deux côtés de la lentille, il résulte de la symétrie de la relation des foyers conjugués que, d'un point donné, une lentille ou un objectif quelconque donnera une image dont la grandeur et la position seront les mêmes, quelle que soit la face présentée à la lumière; pourvu, bien entendu, qu'en retournant la lentille on fasse occuper au point qui était primitivement le point nodal d'émergence la position qu'avait le point qui était primitivement point nodal d'incidence, et réciproquement.

Nous verrons d'ailleurs plus loin, en parlant des aberrations, que ce retournement ne serait pas sans effet sur la qualité de l'image.

31. Application et discussion des formules générales. — Nous allons maintenant donner quelques exemples d'application numérique des formules générales des foyers conjugués et du grossissement aux divers genres de problèmes que peut avoir à résoudre le photographe.

Nous supposerons par exemple qu'on ait à sa disposition le Rectilinéaire rapide, de Dallmeyer, dont nous avons déterminé par le calcul les éléments optiques,

$$z_1 = -27{,}074, \qquad z_2 = +27{,}074, \qquad f = 290{,}011,$$

ou sensiblement

$$z_1 = -27, \qquad z_2 = +27, \qquad f = 290.$$

1° Supposons qu'on cherche à quelle distance de cet objectif se formera l'image nette d'un objet lumineux situé à $1^m,50$ en avant de la face antérieure, perpendiculairement à l'axe.

Nous rappellerons tout d'abord que les distances p_1 et p_2 qui entrent dans les formules sont comptées des points nodaux; que par conséquent, pour passer de p_1 à la distance qui sépare l'objet de la face antérieure, il faut ajouter à p_1 la longueur z_1 prise avec son signe; et, pour déduire de p_2 la distance de l'image à la face postérieure, ajouter à p_2 la longueur z_2 prise, elle aussi, avec son signe.

Nous rappellerons également que toute valeur négative trouvée pour p_2 indiquera que l'image est réelle; toute valeur positive, qu'elle est virtuelle.

Ceci posé, l'équation générale étant mise sous la forme

$$p_2 = \frac{p_1 f}{f - p_1},$$

nous avons, en prenant le millimètre comme unité,

$$p_1 = 1500 - (-27) = 1527,$$
$$p_2 = \frac{1527 \times 290}{290 - 1527} = -358,$$

et la distance cherchée est

$$-358 + 27 = -331.$$

L'image est réelle, et se fait à 331^{mm} de la face postérieure de l'objectif.

Quant au grossissement, nous avons

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{-358}{1527} = -\frac{1}{4,266},$$

le signe — nous indiquant que l'image est renversée.

2° Supposons, au contraire, qu'on cherche à quelle distance de l'objectif il faut placer l'objet pour que son image se forme à 400^{mm} de la face postérieure.

Nous avons

$$p_2 = -400 - 27 = -427.$$

L'équation générale, mise sous la forme

$$p_1 = \frac{p_2 f}{p_2 + f},$$

devient

$$p_1 = \frac{-427 \times 290}{-427 + 290} = +903,2,$$

et la distance cherchée est

$$903,2 - 27 = 876,2.$$

3° Supposons enfin que l'on cherche à quelle distance il faut placer un objet pour en avoir une image dont le grossissement soit exactement égal à $\frac{1}{4}$ par exemple.

Nous avons alors par la formule générale du grossissement, mise sous la forme

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{f}{f - p_1},$$

$$\pm\frac{1}{4} = \frac{290}{290 - p_1}.$$

Suivant que nous prenons le signe + (image droite) ou le signe — (image renversée), il vient

$$\frac{p_1}{4} = -\frac{3}{4}290,$$

ou

$$\frac{p_1}{4} = \frac{5}{4}290;$$

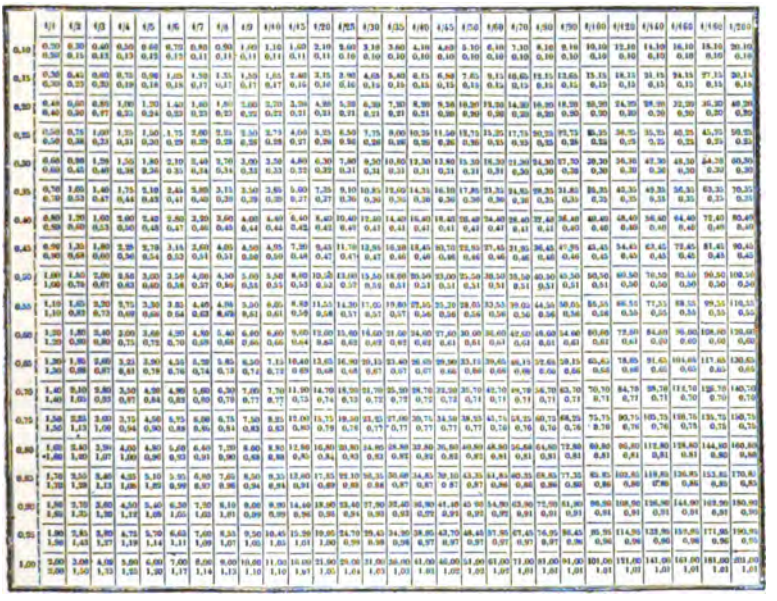
la première solution correspondrait à un objet virtuel, puisqu'elle entraîne pour p_1 une valeur négative; la seconde est seule admissible : elle donne

$$p_1 = 1450,$$

et la distance de l'objet à l'objectif devra être

$$1450 - 27 = 1423^{mm}.$$

Nous donnons ci-joint un Tableau, dressé par Secrétan, et qui donne pour chaque valeur du grossissement et pour chaque distance focale les valeurs absolues de p_1 et de p_2.



Pour se servir de ce Tableau, on suivra, d'une part, la colonne verticale, en tête de laquelle est indiqué le grossissement que l'on veut obtenir; d'autre part, la colonne horizontale, en avant de laquelle est portée la distance focale absolue de l'objectif dont on dispose; dans la case située à l'intersection de ces deux colonnes, on trouvera deux nombres : le premier donne la valeur de p_1; le second la valeur de p_2.

Il faut remarquer que ces distances sont calculées à *un centi-*

mètre près, approximation qui peut être insuffisante dans beaucoup de cas, au moins pour la plus petite des deux distances; de plus, les distances focales ne sont prises que de 5^{cm} en 5^{cm}, aussi le Tableau ne peut-il fournir, en général, qu'une première indication; le calcul exact de p_1 et de p_2, au moyen des formules que nous avons données, est d'ailleurs, comme on vient de le voir, très simple et très rapide.

On trouvera, dans une autre Partie, la discussion complète des formules du grossissement et des foyers conjugués, discussion donnant pour chaque cas la position, le sens, la nature et le grossissement de l'image.

Nous allons simplement résumer ici les résultats de cette discussion dans le seul cas qui, pratiquement, nous intéresse : celui d'un objectif équivalant à une lentille convergente.

Tout d'abord, pour que l'image soit réelle, il faut, si l'objet est réel, que celui-ci soit plus éloigné de l'objectif que le foyer principal antérieur.

Supposons-le d'abord à une distance infinie de l'objectif; l'image se fait dans le plan focal principal postérieur; c'est ce qui aura lieu pour le Soleil ou pour un objet extrêmement éloigné : l'objet se rapprochant régulièrement, l'image s'en éloigne, d'abord avec une extrême lenteur, puis un peu plus vite; elle est toujours plus petite que l'objet, mais elle va croissant; elle est renversée; l'objet arrivant à une distance du point nodal d'incidence $\mathfrak{N}_1$, égale au double de la distance focale absolue, l'image est arrivée à une égale distance du point nodal d'émergence $\mathfrak{N}_2$; elle est devenue égale à l'objet. Celui-ci se rapprochant encore, l'image s'éloigne encore, toujours renversée, mais maintenant agrandie; elle s'éloigne de plus en plus vite, de très petits déplacements de l'objet donnant lieu à des déplacements considérables de l'image; et, quand enfin l'objet arrive dans le plan focal antérieur, l'image est rejetée à l'infini.

Nous allons, pour fixer les idées, suivre ces variations sur un exemple numérique.

Prenons, par exemple, un objectif de $0^m,20$ de distance focale et déplaçons sur l'axe un point lumineux.

Le point étant à l'infini,						l'image sera à		$0^m,20$	du point nodal $\mathcal{H}_2$.
»	»	200^m	du point nodal $\mathcal{H}_1$			»	»	$0^m,2002$	»	»
»	»	20^m	»	»		»	»	$0^m,202$	»	»
»	»	2^m	»	»		»	»	$0^m,22$	»	»
»	»	$0^m,40$	»	»		»	»	$0^m,40$	»	»
»	»	$0^m,22$	»	»		»	»	2^m	»	»
»	»	$0^m,202$	»	»		»	»	20^m	»	»
»	»	$0^m,2002$	»	»		»	»	200^m	»	»
»	»	$0^m,20$	»	»		»	»	à l'infini	»	»

On voit qu'on peut regarder le déplacement de l'image comme insensible quand la distance de l'objet devient un peu grande par rapport à la distance focale.

Si nous nous rapprochions encore davantage, les rayons venant d'un point et tombant sur l'objectif seraient trop divergents pour qu'il pût les rendre convergents; à leur sortie, ils s'écarteraient encore les uns des autres, moins cependant qu'à l'entrée, et c'est seulement leurs prolongements qui passeraient par un point unique. On aurait une image virtuelle, qui, pour un objet lumineux, serait droite et agrandie, et qui, d'abord rejetée à l'infini, se rapprocherait de l'objectif en même temps que l'objet.

Supposons maintenant que l'objet soit lui-même virtuel : c'est un cas qui peut se présenter lorsque l'on recueille, dans un objectif photographique, les rayons sortant d'un instrument d'optique, microscope, lunette ou télescope.

L'objet est donc derrière la lentille et s'en éloigne; l'image est aussi derrière la lentille, et s'en éloigne, mais très lentement; et, quand l'objet arrive à l'infini, l'image arrive seulement au foyer principal F_2; elle est droite et diminuée; elle est réelle.

CHAPITRE III.

EFFETS DES ABERRATIONS.

32. Aberrations en général. — Nous nous sommes placés jusqu'ici, pour l'étude des phénomènes de la réfraction, dans des conditions purement théoriques, et nous avons été ainsi amenés à un certain nombre de lois très simples.

Nous allons chercher maintenant, en tenant compte des conditions réelles du problème de l'objectif, dans quelles limites sont pratiquement modifiés les résultats que nous avons obtenus.

Nous remarquerons tout d'abord que, en maintenant les réserves que nous avions faites dans la première Partie de cette étude, nous nous trouverions, au point de vue photographique, en présence d'une grave difficulté.

Les images formées par le système réfringent doivent être reçues sur un écran sensibilisé, qui est plan. Or cet écran ne recevra d'images nettes que des points lumineux qui se trouvent au voisinage immédiat de l'axe, dans le plan focal conjugué de l'écran; tous les autres points de l'espace qui enverront de la lumière sur le système réfringent donneront des taches plus ou moins étendues, provenant de la section par l'écran des cônes de rayons réfractés, cônes dont les points de concours se forment en avant ou en arrière; et ces taches empièteront plus ou moins les unes sur les autres.

A supposer que nous puissions éliminer l'action de tous les points qui donnent eux-mêmes des images mauvaises ou qui troublent les images des autres, il est certain que la Photographie, ainsi réduite à la reproduction d'objets plans et très peu étendus ne présenterait pas grand intérêt.

Nous devrons donc, pour pouvoir obtenir simultanément les images de points assez écartés les uns des autres, quoique situés

sensiblement à la même distance de l'objectif, admettre des rayons dont l'obliquité par rapport à l'axe ne sera pas très petite.

De plus, si nous voulons obtenir des images assez lumineuses, il faudra que pour chaque point de l'objet nous laissions passer un faisceau qui ne soit pas trop réduit et dont, par conséquent, les rayons ne soient pas, comme nous l'avons supposé, extrêmement voisins les uns des autres.

Mais alors les rayons que nous sommes forcés d'admettre et dont nous n'avons pas tenu compte quand nous avons étudié la formation des images vont apporter dans cette formation un certain trouble; nous nous trouverons en présence d'aberrations qui proviennent de la réfraction, pourtant régulière, de ces rayons au passage des surfaces sphériques qui constituent le système réfringent. Nous les appellerons *aberrations de sphéricité.*

Nous avons admis d'autre part qu'un rayon incident donnait naissance à un rayon réfracté unique : cela est vrai pour un rayon de lumière homogène; cela n'est pas vrai pour un rayon de lumière blanche, qui donnera naissance à toute une série de rayons diversement colorés et par suite diversement réfractés. D'où une nouvelle espèce d'aberration que nous appellerons *aberration de réfrangibilité.*

Enfin, lorsque nous examinons l'image, non plus d'un point, mais d'un système de points, nous constatons qu'elle présente certaines déformations dont nous devrons également nous occuper.

Nous étudierons successivement ces divers types d'aberrations; nous verrons comment elles modifient les lois générales sans cependant les altérer de façon essentielle. Nous verrons comment on les corrige, comment on en tient compte, en les utilisant quelquefois, pour obtenir les résultats cherchés, comment enfin ces corrections peuvent donner lieu à de nouveaux défauts qu'il faudra corriger à leur tour.

Cette étude faite, nous pourrons établir les conditions que les besoins de la Photographie imposent à l'objectif, et nous verrons ce que l'on fait pour y satisfaire.

I. — ABERRATION DE SPHÉRICITÉ.

Nous allons étudier d'abord isolément les effets de l'aberration de sphéricité, et, pour cela, dans cette première partie, nous considérerons les rayons comme formés de lumière homogène.

33. Aberrations sphériques principales. — Soit d'abord une lentille unique, dont nous négligerons l'épaisseur, ce qui revient à supposer confondus ses points nodaux.

Considérons les rayons que lui envoie un point lumineux situé à l'infini sur l'axe principal : ils forment un faisceau parallèle à cet axe.

Nous ne nous sommes occupés que de ceux qui tombaient sur la partie centrale de la lentille, et nous avons vu qu'ils convergeaient en un point que nous avons appelé foyer principal.

Mais si nous en prenons un qui tombe sur le bord et que nous calculions, par les lois générales, la position du point où sa portion réfractée rencontre l'axe, nous trouvons que ce point, pour une lentille convergente, est plus voisin de la lentille que le foyer principal, et que la quantité dont il s'écarte de ce foyer principal croît avec la distance au sommet du point d'incidence du rayon.

D'ailleurs tous les rayons constituant les génératrices d'un cylindre de révolution autour de l'axe, et rencontrant par conséquent la lentille aux divers points d'une circonférence ayant pour centre le sommet, iront, après réfraction, couper l'axe en un même point, puisqu'ils se trouvent dans des conditions identiques.

Et si nous supposons la surface antérieure de la lentille divisée en un nombre infini d'anneaux concentriques infiniment étroits, chacun de ces anneaux nous donnera, pour les rayons qui l'ont traversé, un cône de rayons réfractés et un point de concours distincts. Ces points de concours se rapprocheront de la lentille à mesure que croîtra le diamètre de l'anneau considéré, et leur ensemble occupera une portion de l'axe principal, comprise entre le foyer principal F des rayons centraux et celui des rayons extrêmes F_a (*fig.* 18).

La distance de ces deux points est dite *aberration principale*

longitudinale. Le calcul, appliqué à une lentille unique, dont on néglige l'épaisseur, donne (§ 165) pour valeur de cette aberration

$$a = f\,\mathrm{M}\,y^2, \tag{16}$$

f étant la distance focale principale des rayons centraux, y le rayon d'ouverture de la lentille, c'est-à-dire la distance à l'axe des

Fig. 18.

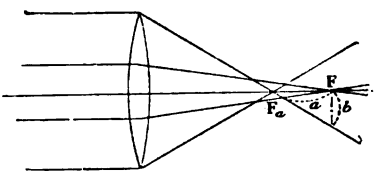
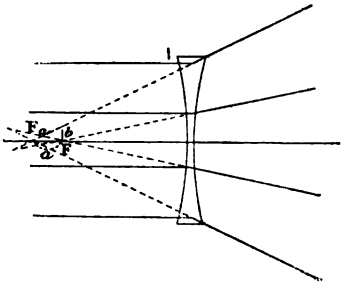


Fig. 18 *bis.*



bords de la lentille, et M une fonction des rayons de courbure et de l'indice définie par

$$\mathrm{M} = \frac{n^2}{2}\left[\left(\frac{1}{\mathrm{R}_2}\right)^2 + \frac{1}{\mathrm{R}_1}\frac{1}{\mathrm{R}_2}\left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n} - 2\right) + \left(\frac{1}{\mathrm{R}_1}\right)^2\left(\frac{2}{n^3} - \frac{2}{n} + 1\right)\right].$$

Chacun des cônes de rayons réfractés, après avoir formé son point de concours, divergera de nouveau, et tous ces cônes de rayons divergents seront compris dans celui que donnent les rayons extrêmes.

Si nous plaçons un écran au foyer principal, nous verrons s'y former une auréole circulaire, ayant au centre un point très brillant qui est le point de concours des rayons centraux; la lumière qui entoure ce point est fournie par les rayons qui ont coupé l'axe en avant du foyer principal : elle est distribuée circulairement, en décroissant d'intensité à partir du centre, car l'aberration va en augmentant à partir du sommet de la lentille, et les rayons qui ont traversé les parties moyennes sont moins dispersés que ceux des parties extrêmes.

Le rayon b de cette auréole sera celui du cercle d'intersection, par le plan focal principal, du cône des rayons extrêmes. Ce rayon

est ce qu'on appelle l'*aberration principale latérale*. Le calcul, fait toujours dans les mêmes conditions, donne (§ 168) pour sa valeur

$$b = \mathrm{M}y^3. \tag{17}$$

Si l'on tient compte de la valeur de M, on voit que l'aberration longitudinale croît comme le carré de l'ouverture de la lentille et varie en raison inverse de la distance focale principale; que l'aberration latérale croît comme le cube de l'ouverture et varie en raison inverse du carré de la distance focale.

Nous le verrons tout à l'heure sur des exemples numériques.

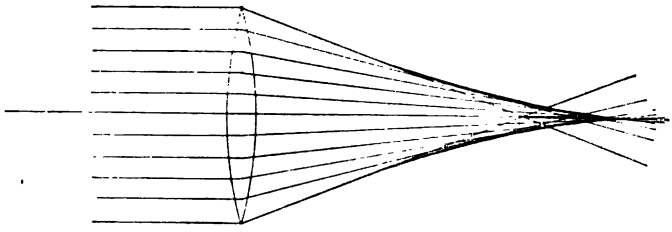
Pour une lentille divergente (*fig.* 18 *bis*) l'aberration est de sens inverse, c'est-à-dire que le point de concours des rayons s'éloigne du sommet en même temps que les rayons s'éloignent de l'axe; les aberrations principales sont d'ailleurs représentées par les mêmes formules, qui, établies au moyen d'équations qui sont générales, sont également générales. Le calcul numérique, dans le cas d'une lentille convergente, donnera toujours pour a une valeur positive, et, dans le cas d'une lentille divergente, une valeur négative; c'est pour cela que l'on dit que les premières ont une aberration positive, les secondes une aberration négative.

34. **Caustiques**. — La portion de l'axe comprise entre le foyer des rayons centraux et celui des rayons extrêmes, étant ainsi le lieu géométrique des points de concours des séries annulaires de rayons, recevra plus de lumière que les points environnants; d'autre part, si nous considérons deux séries infiniment voisines, les cônes correspondants de rayons réfractés se couperont suivant une circonférence où l'éclairement sera plus grand que sur le reste de leur surface, et plus grand même que sur la circonférence d'intersection de deux cônes quelconques de rayons réfractés; l'ensemble des circonférences suivant lesquelles chacun des cônes coupe le cône immédiatement voisin formera une surface continue, de révolution autour de l'axe, et ayant son sommet au foyer principal; c'est ce qu'on appelle en Géométrie l'*enveloppe* des cônes; cette surface présentera, elle aussi, par rapport aux points environnants, un maximum d'éclairement.

Elle constitue, avec la portion éclairée de l'axe, ce qu'on appelle la *caustique par réfraction* (*fig.* 19).

Ainsi, au lieu de trouver, comme lorsque nous nous bornions aux rayons centraux, toute la lumière concentrée au foyer principal, nous la trouvons répartie sur les deux parties de la caustique, l'une étant une portion de l'axe principal, l'autre étant une surface de révolution autour de l'axe; toutes deux ayant comme sommet

Fig. 19.



commun le foyer principal des rayons centraux, et sur toutes deux l'éclairement allant en diminuant à mesure qu'on s'éloigne de ce foyer.

Il est très facile d'observer la caustique en recevant sur une lentille un faisceau de rayons solaires, parallèlement à l'axe, et en projetant de la poussière ou de la fumée sur le parcours des rayons réfractés.

Dans cette expérience, on trouve que le maximum d'éclairement est accompagné, aux mêmes points, d'un maximum d'échauffement. C'est l'origine de l'expression de *caustique*, comme d'ailleurs celle du mot *foyer*.

L'introduction de l'épaisseur dans les calculs modifie un peu les résultats au point de vue des valeurs numériques, mais sans en altérer la nature; de même, le calcul fait pour un système complexe de lentilles nous donnera en général, comme pour une seule, une caustique formée de deux parties, soit une portion de l'axe principal et une surface de révolution autour de l'axe.

35. L'aberration d'une lentille sphérique ne peut pas être nulle. — L'aberration longitudinale étant fonction des rayons de

courbure des deux faces de la lentille, on peut se proposer de chercher s'il n'est pas possible, avec des courbures convenables, de réaliser une lentille à faces sphériques, de distance focale donnée et d'ouverture donnée, pour laquelle cette aberration serait nulle; l'aberration latérale le serait évidemment en même temps. Une telle lentille serait dite *aplanétique*.

Il faudrait pour cela que M pût être rendu nul; or on trouve que ce résultat ne pourrait être obtenu que par l'emploi d'une substance dont l'indice de réfraction serait inférieur à $\frac{1}{4}$ (§ 166). Une telle substance n'existe pas.

Il est donc impossible de construire une lentille simple, à faces sphériques, qui soit aplanétique.

36. **Lentilles d'aberration minima.** — Mais on peut combiner les courbures de façon que l'aberration soit réduite à un minimum : on trouve (§ 167) que M a la plus petite valeur possible quand

$$\frac{R_1}{R_2} = -\frac{4 + n - 2n^2}{n + 2n^2}.$$

Si nous prenons un verre d'indice 1,5, cela donne

$$\frac{R_1}{R_2} = -\frac{1}{6}.$$

Le signe — nous montre tout d'abord que les rayons de courbure doivent être de signes contraires, c'est-à-dire dirigés en sens contraires.

La lentille doit donc être biconvexe si elle est convergente, biconcave si elle est divergente. Elle doit, puisque R_1 doit être en valeur absolue plus petit que R_2, tourner sa face la plus courbe vers la lumière.

Comme, d'autre part, nous avons

$$\frac{1}{f} = -(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

il vient

$$R_1 = -\frac{7}{12}f, \qquad R_2 = \frac{7}{2}f.$$

En portant ces valeurs dans M,

$$M=\frac{1}{2}\frac{9}{4}\left[\frac{4}{49f^2}-\frac{24}{49f^2}\left(\frac{4}{9}+\frac{4}{3}-2\right)+\frac{144}{49f^2}\left(\frac{16}{27}-\frac{4}{3}+1\right)\right]=\frac{15}{14}\frac{1}{f^2},$$

d'où enfin, puisque $a=fMy^2$,

$$a=\frac{15}{14}\frac{y^2}{f}.$$

C'est ce qu'on appelle la *lentille croisée*.

Si on la retourne face pour face, ce qui revient à prendre

$$R_1=-\frac{7}{2}f, \qquad R_2=\frac{7}{12}f,$$

il vient

$$a'=\frac{45}{14}\frac{y^2}{f}=3a;$$

l'aberration est donc trois fois plus grande.

Nous avions dit qu'une lentille a la même distance focale absolue et donne le même grossissement quand elle présente à la lumière l'une ou l'autre de ses faces; on voit qu'au point de vue de l'aberration, le sens n'est pas indifférent.

Avec une lentille plan courbe tournant sa face courbe vers la lumière

$$R_1=-\frac{1}{2}f, \qquad R_2=\infty, \qquad a=\frac{7}{6}\frac{y^2}{f};$$

l'aberration est donc de très peu supérieure au minimum; de là l'emploi très fréquent en Optique, quand on se sert de lentilles simples, de la lentille plan courbe.

Le retournement serait encore plus mauvais qu'avec la lentille croisée, car on aurait

$$a'=\frac{9}{2}\frac{y^2}{f},$$

ou environ $4a$.

La forme de la lentille d'aberration minima change avec l'indice de la substance employée; ainsi avec des substances d'indice

supérieur à

$$1,686$$

environ, les deux courbures devraient être de même sens.

Enfin si, au lieu de rayons parallèles, nous considérons le faisceau émané d'un point situé sur l'axe, à distance finie, mais assez grande pour que les rayons tombant sur les bords soient encore peu obliques à l'axe, la forme devra encore être modifiée, et cela d'après la distance du point.

37. **Lentilles aplanétiques.** — Il n'est pas impossible de construire une lentille mince qui soit rigoureusement aplanétique; mais alors ses faces ne doivent plus être sphériques. On trouve qu'une lentille aplanétique, pour un point situé à l'infini sur son axe, a pour face des paraboloïdes; pour un point situé à distance finie, des surfaces de révolution engendrées par des courbes que l'on appelle les ovales de Descartes.

La construction de telles lentilles n'est pas pratique.

38. **Aberrations principales d'un système complexe.** — On peut, en partant des équations qui nous ont servi dans l'étude des aberrations principales d'une lentille (§ 165), calculer ces aberrations pour un système centré.

On obtiendra ainsi, pour un système de deux lentilles, par exemple, la valeur de l'aberration résultante, en fonction des rayons de courbure et des indices, et on pourra chercher à combiner ces éléments de façon que cette aberration soit nulle; contrairement à ce que nous avions trouvé dans le cas d'une lentille unique, le problème admettra des solutions pratiquement réalisables.

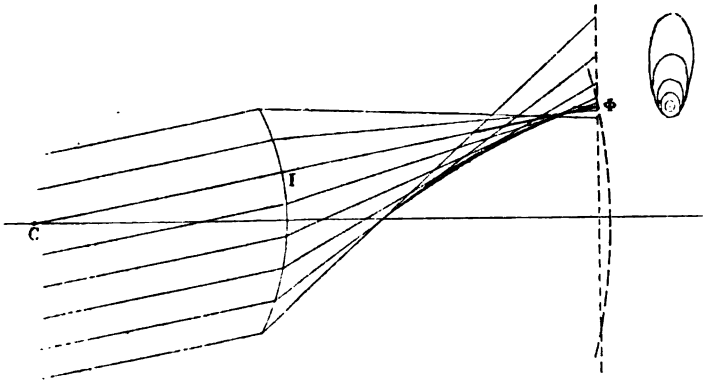
On pourra obtenir le même résultat avec des systèmes plus complexes de lentilles et, d'une manière générale, il sera possible de construire des lentilles composées, à surfaces sphériques, qui soient aplanétiques suivant l'axe.

39. **Aberrations des rayons obliques. Astigmatisme.** — Considérons maintenant un faisceau de rayons parallèles entre eux, mais obliques à l'axe principal; ou bien un faisceau de rayons provenant d'un point situé, à distance finie, en dehors de l'axe principal.

Cas d'une surface unique. — Si l'on se borne au cas d'une seule surface limitée par un bord circulaire et de rayons parallèles entre eux, le problème n'offre aucune difficulté, et nous l'avons traité plus loin (§ 169 *et suiv.*)

Nous résumerons rapidement ici ce que l'on trouve. Soit (*fig.* 20) une surface présentant sa concavité au premier milieu, supposé le plus réfringent. Un faisceau embrassant l'ouverture tout entière de la surface donne lieu à une caustique en deux parties, l'une étant une portion de l'axe secondaire CI du faisceau, c'est-à-dire de la

Fig. 20.



normale menée à la surface parallèlement aux rayons incidents, l'autre étant une surface de révolution autour de cet axe secondaire; car rien ici ne différencie les axes secondaires de l'axe principal, qui est simplement la normale menée au sommet de la surface.

Seulement, lorsque nous divisons les rayons du faisceau en séries cylindriques autour de l'axe secondaire, la plupart des séries seront incomplètes, les rayons n'étant pas distribués symétriquement autour de cet axe, et par suite la seconde partie de la caustique ne sera pas non plus symétrique par rapport à lui.

Le sommet commun aux deux parties de la caustique sera un point Φ situé à une distance f de la surface, et par conséquent à l'intersection de l'axe secondaire avec une sphère concentrique à la surface et passant par le foyer principal.

Si nous coupons en ce point le faisceau réfracté par un écran perpendiculaire à l'axe principal, il s'y formera autour du point Φ, très

brillant, une auréole irrégulière. Supposons, en effet, que, parmi les séries cylindriques de rayons, nous considérions celle qui touche par un point au bord de la surface : les rayons intérieurs à ce cylindre fourniront une première auréole analogue à celle que nous avons trouvée suivant l'axe principal; elle sera seulement elliptique au lieu d'être circulaire, parce qu'ici l'écran est oblique à l'axe commun des cônes de rayons réfractés.

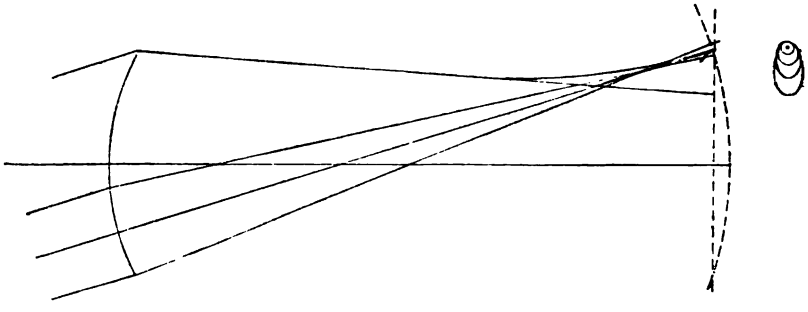
Mais les autres rayons ne pourront former que des séries cylindriques de plus en plus incomplètes, qui, par suite, ne fourniront à l'auréole que des anneaux elliptiques de plus en plus incomplets; l'aberration allant d'ailleurs en croissant pour ces séries successives, la lumière, dans l'auréole, sera de plus en plus dispersée et la tache lumineuse reçue sur l'écran présentera l'aspect d'une comète dont la queue sera dirigée du côté opposé à l'axe principal.

Cette disposition s'accentuera de plus en plus à mesure qu'augmentera l'obliquité du faisceau, le point d'éclat maximum occupant dans la tache une position de plus en plus excentrique.

Ces phénomènes s'observeront facilement en exposant obliquement aux rayons solaires la face plane d'une lentille convexe de dimensions un peu grandes; le cas de cette lentille, ainsi employée, rentrant exactement dans le cas que nous étudions, puisque la réfraction par la face plane ne fait que changer l'obliquité des rayons en les laissant parallèles.

Avec un faisceau de rayons parallèles passant d'un milieu moins

Fig. 21.



réfringent dans un milieu plus réfringent, à travers une surface tournant sa convexité vers la lumière (ce qui revient à renverser

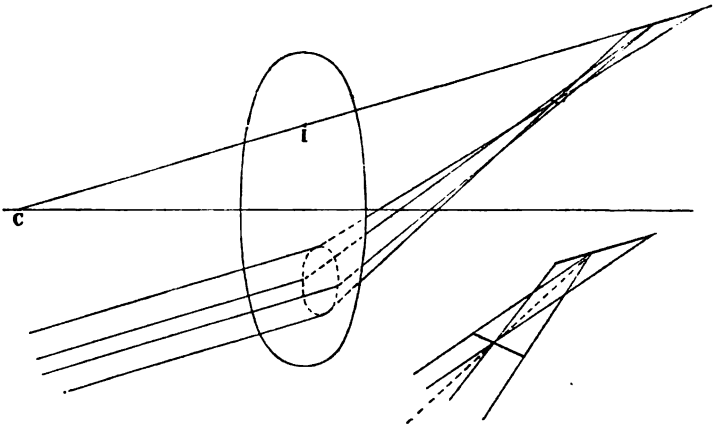
la marche de la lumière par rapport au cas précédent), on aurait au contraire une tache en forme de comète dont la queue serait dirigée vers l'axe (*fig.* 21).

Il suffira, pour l'observer, de retourner face pour face la lentille plan convexe, de façon à présenter sa convexité aux rayons solaires; il faut noter cependant que la généralisation que nous faisons ici du cas de la surface unique au cas de la lentille plan courbe n'est pas aussi exacte que tout à l'heure, parce qu'ici les rayons, quand ils rencontrent la face plane, ne sont pas parallèles.

Les deux autres cas (rayons passant dans un milieu plus réfringent à travers une surface tournant sa convexité vers la lumière, ou dans un milieu moins réfringent à travers une surface tournant sa concavité vers la lumière) nous donneraient les mêmes résultats, mais avec des images virtuelles.

Supposons maintenant qu'on limite le faisceau à un pinceau très délié; nous n'aurons plus que deux portions très petites des

Fig. 22.



deux parties de la caustique : ces deux portions seront réduites à deux petites lignes lumineuses, rectangulaires entre elles et qui, en général, seront à une certaine distance l'une de l'autre (*fig.* 22); ces petites lignes, dites *lignes focales,* ne se couperont que si le pinceau est formé de rayons à très peu près normaux à la surface; dans ce cas, et dans ce cas seulement, tous les rayons réfractés,

devant passer par le point d'intersection des lignes focales parce qu'ils doivent tous les rencontrer toutes deux, donneront un point de concours unique qui sera un véritable foyer. Ce foyer, ce sera le sommet commun des deux parties de la caustique.

A mesure que le pinceau s'éloignera de la normale parallèle à sa direction, les lignes focales se sépareront de plus en plus.

On observera facilement ces lignes focales de la façon suivante : on prendra une lentille plan convexe dont on masquera la plus grande partie avec un écran annulaire ne découvrant que la portion centrale par une petite ouverture ; on recevra sur cette lentille les rayons solaires, obliquement à l'axe, et l'on coupera les rayons réfractés par un écran ; en éloignant peu à peu cet écran de la lentille, la tache lumineuse trouble qu'il reçoit se réduira, pour une position donnée, à une petite ligne lumineuse assez nette ; en continuant à déplacer l'écran, la tache redeviendra trouble, puis, un peu plus loin, se réduira encore à une petite ligne nette, de direction perpendiculaire à la première, puis redeviendra encore trouble.

Ceci posé, admettons qu'on reçoive sur notre surface unique des rayons venant de divers points très éloignés et situés à des distances quelconques de l'axe ; nous savons déjà que si nous admettons pour toutes ces directions des faisceaux embrassant toute l'ouverture, nous n'aurons que des images très mauvaises, en forme de comètes.

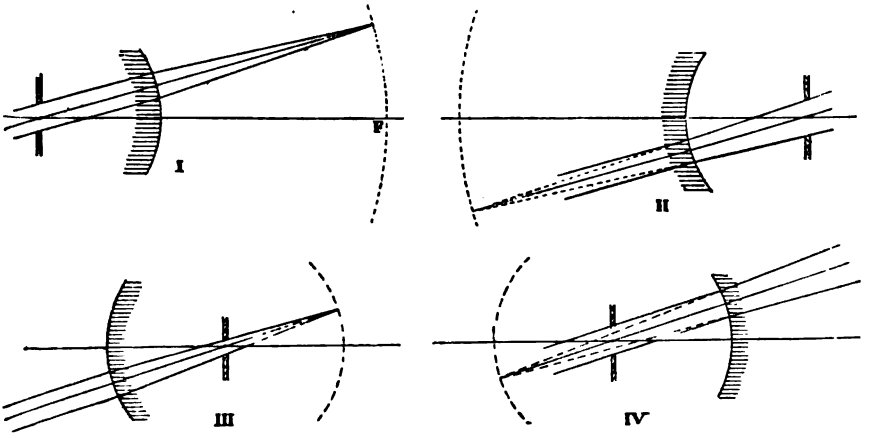
Si nous ne laissons à découvert qu'une portion très petite de la surface, au voisinage du sommet, et que nous admettions à traverser cette portion des rayons d'obliquité quelconque, chaque pinceau nous donnera un système de deux lignes focales ; si nous supposons ces lignes réduites à des points, le lieu de ces points se composera de deux surfaces de révolution autour de l'axe principal, ayant même plan tangent au foyer principal des rayons centraux, où elles coupent l'axe principal, puis s'écartant de plus en plus l'une de l'autre : ce seront les surfaces focales.

Enfin, supposons qu'on se serve encore d'un diaphragme, mais qu'on le place au centre de courbure de la surface ; nous n'admettrons encore dans chaque direction qu'un pinceau délié, mais tous ces pinceaux rencontreront normalement la surface, puisqu'ils passent tous par son centre ; chacun d'eux donnera un foyer unique,

les deux portions de la caustique se réduisant à leur sommet commun, et le lieu de ces foyers sera une surface sphérique concentrique à la surface réfringente, et séparée de celle-ci par une distance égale à la distance focale principale f.

Cette disposition nous donne donc, même avec admission de rayons très obliques, une surface focale unique. Quant à sa courbure, elle variera avec la forme de la surface réfringente. Dans le

Fig. 23.



cas que nous avons considéré, de rayons passant dans un milieu moins réfringent à travers une surface tournant sa concavité vers la lumière (*fig.* 23, I).

$$n_1 > n_2, \qquad R > 0,$$

la surface focale tourne sa concavité vers la lumière ; son rayon est en valeur absolue

$$R + f.$$

Elle est donc assez peu courbe.

Si nous supposons, les milieux étant disposés de la même façon, que la surface soit convexe (*fig.* 23, II),

$$n_1 > n_2, \qquad R < 0,$$

la surface focale devient virtuelle, comme étant le lieu d'images

virtuelles; elle tourne sa convexité vers la lumière; son rayon est encore, en valeur absolue, $R + f$.

Si nous supposons le second milieu plus réfringent que le premier et la surface convexe (*fig.* 23, III)

$$n_1 < n_2, \qquad R < 0,$$

la surface focale est réelle; tournant sa concavité vers la lumière, elle a comme rayon

$$R - f.$$

Elle a donc une courbure assez prononcée.

Enfin, si nous supposons la surface concave (*fig.* 23, IV),

$$n_1 < n_2, \qquad R > 0,$$

la surface redevient virtuelle; son rayon est encore $R - f$; elle présente à la lumière sa face convexe.

Cas général. — Le problème général de l'aberration des rayons obliques par un système centré est trop compliqué pour trouver place ici (1). La solution s'appuie sur un théorème général, dit *théorème de Gergonne,* et qui est le suivant :

Des rayons primitivement normaux à une même surface sont encore, après un nombre quelconque de réfractions, normaux à une même surface, et l'on peut toujours trouver une surface réfringente unique (généralement non sphérique), d'indice donné, qui produise le même effet que le système entier des réfractions.

(Ceci comprend tous les cas qui nous intéressent, des rayons incidents parallèles entre eux étant normaux à un plan, et des rayons incidents émanés d'un point étant normaux à une sphère.)

On déduit de là, d'abord, que le système des rayons réfractés donne toujours naissance à une caustique à deux nappes; mais ce n'est que dans le cas où toutes les surfaces réfringentes sont de révolution autour d'une droite passant par le point lumineux, que de ces deux nappes l'une se réduit à une portion de l'axe commun,

(1) *Voy.* PELLAT, *Cours de Physique*, t. II, p. 370 et suiv.; et VERDET, *Cours de Physique de l'École Polytechnique*, t. II, p. 175 et suiv.

tandis que l'autre constitue une surface de révolution autour de cet axe.

On en déduit ensuite que, si le faisceau des rayons incidents est un pinceau très délié, tous les rayons réfractés vont rencontrer deux droites infiniment petites, contenues dans des plans rectangulaires. C'est le *théorème de Sturm*.

Ainsi, avec un système centré quelconque, nous aurons encore, pour un faisceau de rayons parallèles de direction quelconque ou pour un faisceau de rayons émanés d'un point unique quelconque, une caustique, formée de deux parties. Si la direction est celle de l'axe principal, ou si le point est situé sur l'axe principal, et dans ce cas seulement, l'une des parties de la caustique sera de révolution autour de l'axe ; l'autre sera une portion de cet axe.

Sur un écran perpendiculaire à l'axe au foyer principal, les faisceaux obliques donneront, comme dans le cas d'une surface unique, des taches en forme de comète.

D'autre part, si le faisceau est très délié, nous aurons encore du point lumineux une image dédoublée, formée par des portions très petites des deux nappes de la caustique et constituée par deux éléments de droites rectangulaires entre eux, et nous n'aurons réellement un *foyer* que si ces éléments de droites, ou *droites focales,* se coupent entre elles.

Les résultats sont donc tout à fait analogues à ceux que nous avons obtenus dans l'étude d'une surface unique, et c'est pour cela que nous l'avons faite avec plus de détail.

Ce dédoublement de l'image constitue l'*astigmatisme* et l'on appelle *astigmation* la distance des deux droites focales.

Nous avons vu que, dans le cas d'une surface unique, les deux droites focales se coupaient lorsque les rayons incidents étaient tous sensiblement normaux à la surface ; il est facile de concevoir que, dans un système centré, l'astigmation sera d'autant moindre que les rayons issus d'un même point rencontreront les surfaces successives sous une moindre obliquité.

Si, au contraire, les pinceaux lumineux, d'obliquité quelconque, sont admis seulement dans la partie centrale de la lentille, au moyen, par exemple, d'un diaphragme appliqué contre la lentille, nous nous trouverons dans le cas où, pour une seule surface, nous

admettions des rayons d'obliquité quelconque au voisinage du sommet : l'astigmatisme sera très prononcé.

II. — ABERRATION DE RÉFRANGIBILITÉ.

40. Foyer chimique. — Supposons maintenant que l'on s'affranchisse de l'aberration de sphéricité, et pour cela que l'on reçoive sur une lentille convergente simple, d'aberration minima et réduite à sa partie centrale, les rayons émanés d'un point situé sur son axe principal; nous obtiendrons sur un écran convenablement placé une image du point qui sera nette, mais qui sera entourée d'une auréole colorée, et si nous substituons à l'écran une glace sensible, l'image que nous y trouverons après développement sera mauvaise ; or, nous pourrons l'améliorer beaucoup en plaçant la glace sensible dans une position un peu moins éloignée de la lentille et pour laquelle l'écran recevrait, au contraire, une image beaucoup moins bonne. Le foyer ne se fait donc pas au même point pour l'œil et pour un corps sensible à l'action de la lumière; il y a un foyer chimique différent du foyer lumineux.

41. Dispersion. — Newton a montré le premier que les rayons de lumière blanche étaient en réalité composés de rayons élémentaires diversement colorés et que les rayons de couleur différente étaient inégalement réfrangibles et par suite inégalement déviés au passage d'un milieu dans un autre.

De là un phénomène accompagnant la déviation et qu'on a appelé la dispersion.

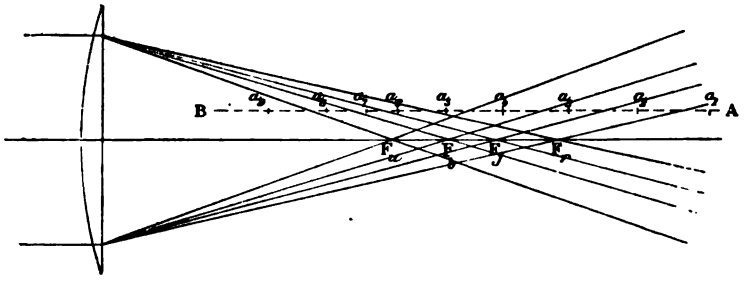
On sait que, si l'on reçoit sur un écran un faisceau de rayons solaires ayant traversé un prisme, on observe une tache lumineuse où les rayons élémentaires sont séparés les uns des autres, la déviation produite allant en croissant d'une manière continue, depuis le rouge jusqu'au violet. C'est ce qu'on appelle le spectre.

Un phénomène de même genre se produit avec les lentilles, ainsi que le montre une expérience de Charles, qu'il est facile de répéter : on reçoit sur une lentille convergente un faisceau de rayons solaires et l'on coupe les rayons réfractés par un écran qu'on déplace jusqu'à ce que la tache lumineuse soit le plus petite pos-

sible; on en marque le contour et l'on découpe dans l'écran une fente annulaire étroite suivant ce contour; on déplace de nouveau l'écran suivant l'axe en s'approchant progressivement de la lentille, par exemple : l'œil placé derrière verra d'abord la fente éclairée par de la lumière blanche, puis elle paraîtra verte, puis bleue, puis violette; elle deviendra un instant obscure, puis paraîtra successivement rouge, orangée, jaune, et enfin blanche.

C'est qu'en effet les rayons des diverses couleurs ont formé des foyers distincts, en F_r, par exemple, pour les rayons rouges, en F_j pour le jaune, en F_b pour le bleu, en F_u pour le violet (*fig.* 24).

Fig. 24.



Dans le déplacement de l'écran, un point de la fente suit la ligne AB : quand il occupe la position a_1, il se trouve dans une partie commune à tous les cônes de rayons réfractés, il reçoit donc de la lumière blanche; en a_2 il est en dehors du cône de rayons rouges et à l'intérieur des autres, il sera donc éclairé par de la lumière verte, complémentaire du rouge; en a_3 il est en dehors des cônes de rayons rouges et de rayons jaunes; il recevra donc de la lumière bleue; en a_4 il n'est plus que dans le cône de rayons violets; en a_5 il est en dehors de tous les cônes; en a_6 il ne reçoit que des rayons rouges; en a_7 il reçoit simultanément les rayons rouges et les rayons jaunes; en a_8 il ne lui manque que les rayons violets, et par conséquent il est éclairé par de la lumière jaune; enfin en a_9 il reçoit de nouveau tous les rayons.

Ainsi les diverses couleurs qui formaient le faisceau de lumière blanche incident donnent lieu à des foyers différents, et il est facile de voir que la variation de l'indice d'un même verre avec la

couleur, variation qui entraîne cette séparation des foyers, causera aussi une séparation des points nodaux; dans une même lentille, chaque couleur aura les siens.

Pour caractériser nettement les couleurs, on se sert des fines raies noires qu'une observation attentive permet de voir dans le spectre solaire, raies qui occupent une position absolument fixe et dont les principales sont :

A, B, C dans le rouge,
D » jaune,
E, *b* » vert,
F » bleu,
G » indigo,
H à la limite du violet.

A est à peine visible.

Ce que nous avons désigné par F_r, F_j, F_b, F_u dans l'expérience de Charles, c'étaient les foyers des rayons correspondant aux raies B, D, F, H; car, en réalité, il y a continuité, et nous avons un nombre infini de foyers répartis entre F_r et F_u.

Pour un flint d'indice $n = 1,6391$, les indices relatifs aux diverses raies sont :

n_b (raie B).....	1,6256
n_c (raie C).....	1,6272
n_d (raie D).....	1,6324
n_e (raie E).....	1,6391
n_f (raie F).....	1,6454
n_g (raie G)	1,6573
n_h (raie H).....	1,6679

On appelle *pouvoir dispersif* d'un verre le rapport obtenu en comparant la différence des déviations des rayons extrêmes à la déviation du rayon moyen, et il est facile de voir que ce pouvoir dispersif est représenté par la fraction

$$\frac{n_u - n_r}{n - 1} = \frac{n_h - n_b}{n_c - 1},$$

en considérant comme rayons extrêmes, ce que l'on fait en général.

les rayons correspondant aux raies B et H, la raie A étant, ainsi que nous l'avons dit, à peine visible.

Pour le flint que nous avons pris comme exemple, le pouvoir dispersif serait par conséquent

$$0{,}0662.$$

Le pouvoir dispersif varie beaucoup d'un verre à un autre. Il est, d'une manière générale, plus grand dans le flint que dans le crown.

Nous verrons qu'il y a lieu souvent de considérer des pouvoirs dispersifs partiels, limités à une région donnée du spectre.

42. Aberration chromatique. — On appelle *aberration chromatique,* ou *aberration de réfrangibilité* la distance des foyers F_h et F_b donnés par les couleurs extrêmes pour un faisceau parallèle à l'axe; et l'on appelle *cercle d'aberration chromatique* la plus petite section qui puisse être faite dans le système des cônes de rayons réfractés.

43. — Grandeur de l'aberration chromatique. — On définit en général la grandeur de l'aberration de réfrangibilité par le rayon du cercle d'aberration chromatique.

Ce rayon est indépendant de la distance focale de la lentille; il est proportionnel à son ouverture et au pouvoir dispersif du verre dont elle est formée. En désignant par d le pouvoir dispersif, par y le rayon d'ouverture utile de la lentille, et par β le rayon du cercle d'aberration chromatique, on a (§ 176)

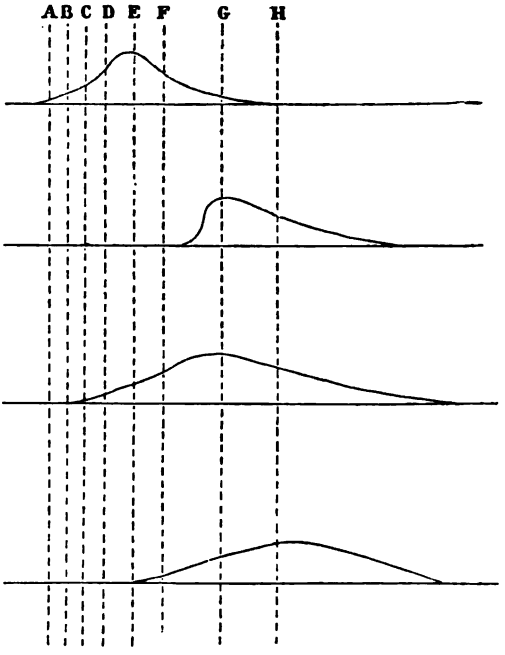
$$\beta = \frac{y}{2} d. \tag{18}$$

Mais cette valeur est calculée en supposant que la lentille n'admet que des rayons centraux; on n'a pas tenu compte de l'aberration de sphéricité.

Si la lentille est utilisée avec toute son ouverture, l'aberration s'aggravera; et les divers foyers seront distribués sur une portion plus étendue de l'axe, entre le foyer des rayons centraux rouges et celui des rayons marginaux violets : le cercle d'aberration chromatique aura évidemment alors une étendue plus grande.

44. Effets de l'aberration chromatique. — Pour bien comprendre comment l'existence d'un foyer chimique, distinct du foyer physique, résulte du phénomène de la dispersion, il nous faut étudier l'action des diverses portions du spectre. Si d'abord nous recevons ce spectre sur un écran, nous observons que l'intensité lumineuse a son maximum dans le jaune et devient nulle aux en-

Fig. 25.



virons des raies A et H. Il est d'ailleurs très difficile de comparer avec quelque précision l'intensité lumineuse des diverses couleurs.

Quant à l'action produite sur les substances sensibles à la lumière, action que l'on étudiera en recevant le spectre sur des plaques recouvertes de ces substances, elle varie beaucoup avec la substance employée et avec une foule de circonstances; si l'on se borne à des courbes moyennes, établies en soumettant les corps d'abord à l'action du spectre, puis à un développement chimique, on trouve que le maximum est toujours vers le bleu.

Nous avons donné ici quatre courbes, dont la première repré-

sente, d'après Frauenhofer, la variation de l'intensité lumineuse, et les trois autres, d'après M. le Cap^ne^ Abney, la variation de l'action chimique (par développement) sur l'iodure, le bromure et le chlorure d'argent : elles sont rapportées aux raies du spectre solaire (¹).

Bien que ces courbes ne donnent que des indications approchées, elles suffisent à nous montrer que les rayons qui concourent à former, au sortir d'une lentille, l'image d'un point ne sont pas les mêmes pour l'œil et pour une plaque sensible; lorsque nous mettons au point, nous amenons la glace dépolie au foyer des rayons jaunes, où se forme l'image lumineuse du point visé; quant à ce qu'on peut appeler l'image chimique, elle se forme plus près de la lentille, comme le montre l'expérience de Charles, et la glace sensible coupe, suivant une tache d'une certaine étendue, les cônes de rayons qui contribuent à la former.

45. Achromatisme. — Il n'est pas possible de construire une lentille simple qui soit exempte d'aberration de réfrangibilité; on ne peut, avec l'emploi d'une seule substance, détruire la dispersion qu'en détruisant la déviation.

Mais en combinant entre elles deux ou plusieurs lentilles de pouvoirs dispersifs différents, on peut amener à se confondre en un même foyer les rayons de deux ou de plusieurs couleurs provenant d'un point donné. C'est ce qu'on appelle l'*achromatisme*.

Newton ne croyait pas qu'il fût possible d'obtenir un système réfringent achromatique; c'est Euler qui indiqua le premier une solution du problème, et l'opticien anglais Dollond qui la réalisa : il ne s'agissait naturellement alors que d'objectifs de lunettes.

(¹) *Voyez* DAVANNE, *La Photographie, Traité théorique et pratique*, t. I, p. 14 et suiv. — *Voyez* aussi sur ce sujet : JAMIN et BOUTY, *Cours de Physique de l'École Polytechnique*, t. III, 3e fascicule, p. 38 et 56. — MONCKHOVEN (D^r^ VAN), *Traité général de Photographie*, p. 21 et suiv. — VOGEL, *La Photographie des objets colorés avec leurs valeurs réelles*, traduit de l'allemand par M. HENRY GAUTHIER-VILLARS. (Paris, Gauthier-Villars et fils).

CHAPITRE IV.

CORRECTION DES ABERRATIONS.

46. Tolérance de mise au point. — Avant d'aborder l'étude des moyens que l'on peut employer pour corriger, de façon plus ou moins complète, les effets des diverses aberrations, nous avons besoin de définir exactement ce que nous appellerons une image nette.

Nous n'avons jusqu'ici considéré comme telles que celles qui étaient rigoureusement réduites à un point. Dans ces conditions, nous ne pourrions, sur un écran de position donnée, recevoir que les images de points situés tout à fait au voisinage de l'axe sur une portion de plan perpendiculaire à l'axe; et encore ne devrons-nous admettre que des rayons extrêmement voisins, eux aussi, de cet axe.

Or, si nous plaçons l'écran dans la position indiquée par le calcul pour avoir une image nette d'un point donné, nous constatons que nous pouvons imprimer de petits mouvements à cet écran sans que l'image du point visé semble perdre de sa netteté, bien qu'elle soit alors, nous le savons, formée en réalité par une tache d'une certaine étendue.

Nous jouissons donc d'une certaine tolérance dans la mise au point, puisque nous pouvons accepter comme bonnes des images que la théorie nous faisait rejeter.

Pour que, pratiquement, une image puisse être considérée comme réduite à un point, il nous suffit que la tache lumineuse qui la constitue ait une étendue assez petite et ne dépasse pas ce que M. de la Baume Pluvinel a appelé *surface de diffusion tolérée*.

Cette latitude nous facilite singulièrement la solution du problème général de la Photographie, et, en particulier, la correction des aberrations.

La limite a été fixée de diverses façons.

Si nous désignons par 2ε la plus grande dimension de la surface de diffusion tolérée, Dallmeyer acceptait pour 2ε la valeur

$$0^{mm},25,$$

qui est un peu forte.

Si l'image doit être vue à l'œil nu, à la distance normale de la vision distincte, c'est-à-dire à 35^{cm} environ, on peut admettre

$$2\varepsilon = 0^{mm},2,$$

valeur calculée par cette condition que la tache soit vue sous un angle de $1'$.

Si l'image doit être examinée à la loupe, il faudra descendre à

$$2\varepsilon = 0^{mm},1,$$

(c'est cette valeur que nous avons introduite dans nos calculs d'application numérique), ou même à

$$0^{mm},05.$$

La limite une fois fixée, voyons quelles sont exactement les conséquences de cette latitude dont nous jouissons pour la mise au point.

Tout d'abord, comme nous venons de le dire, étant donnée la position du point lumineux, nous pouvons déplacer l'écran entre deux positions extrêmes, très voisines d'ailleurs, sans que l'image cesse d'être bonne. C'est, à proprement parler, la tolérance de mise au point.

47. Profondeur de foyer. — Il serait bon de réserver l'expression de *profondeur de foyer,* qui désigne ordinairement bien des choses différentes, pour cet écart des positions extrêmes que peut prendre l'écran sans que l'image d'un point lumineux situé sur l'axe, soit à l'infini, soit à une distance donnée, dépasse en étendue la surface de diffusion tolérée.

---

(1) FABRE (C.), Docteur ès Sciences, *Traité encyclopédique de Photographie,* t. I, p. 332 et 340. (Paris, Gauthier-Villars et fils).

Le calcul montre immédiatement (§ 160) que cette profondeur de foyer, pour un point lumineux situé à l'infini, est

$$2\varepsilon\frac{f}{y}, \tag{19}$$

f étant la distance focale absolue, et y le rayon d'ouverture utile de l'objectif, c'est-à-dire le rayon du cylindre formé par ceux des rayons parallèles à l'axe qu'on laisse pénétrer dans l'objectif.

On voit que cette profondeur de foyer, une fois admise la valeur de ε, ne dépend absolument que du rapport

$$\frac{f}{y}.$$

Pour un point situé à distance finie p_1, la profondeur de foyer est donnée par

$$2\varepsilon\frac{f}{y}\frac{p_1}{f-p_1}. \tag{20}$$

48. Champ. Profondeur du champ. — D'autre part, la position de l'écran étant fixée, il s'y formera des images pratiquement nettes de points situés hors du plan conjugué de l'écran, à des distances suffisamment petites.

Nous appellerons *champ* la portion de l'espace comprenant tous les points qui peuvent donner simultanément sur l'écran une image nette, et *profondeur du champ* l'épaisseur suivant l'axe de cette portion de l'espace, c'est-à-dire le déplacement que peut subir un point situé sur l'axe sans que son image prenne un diamètre supérieur à 2ε.

Supposons d'abord cet écran placé au foyer principal de l'objectif : le calcul montre (§ 161) que tout point lumineux situé sur l'axe à une distance du point nodal d'incidence supérieure à

$$f\left(1+\frac{y}{\varepsilon}\right), \tag{21}$$

y donnera une image nette.

Si l'écran est fixé à une distance p_2 du point nodal d'émergence; si, par conséquent, il est rigoureusement au point pour un

point lumineux situé à distance p_1 du point nodal d'incidence, la profondeur du champ sera

$$(22) \qquad 2\varepsilon \frac{p_1(p_1 - f)}{yf}.$$

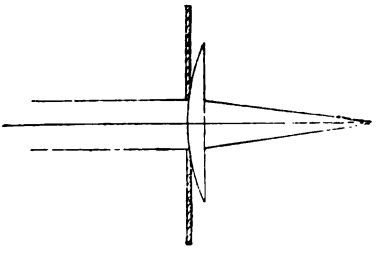
49. Influence de la tolérance de mise au point sur la correction des aberrations. — Enfin, et c'est surtout par là que la tolérance de mise au point tient à ce Chapitre, la correction des aberrations sera plus facile qu'il ne paraissait d'abord, en ce sens qu'il ne sera pas nécessaire de les faire disparaître de façon absolue, et qu'il suffira de les réduire de telle sorte que l'image d'un point ait, malgré leur influence, une étendue inférieure à la surface de diffusion tolérée.

50. Correction de l'aberration de sphéricité par l'emploi de diaphragmes. — Dans ces conditions, il n'est pas impossible de faire disparaître les effets de l'aberration de sphéricité dans une lentille simple, en limitant convenablement par un diaphragme l'admission des rayons lumineux.

Supposons que cette aberration existe seule, et pour cela, que la lumière envoyée sur la lentille soit de la lumière homogène.

Si nous n'avons affaire qu'à des objets peu écartés de l'axe, il

Fig. 26.

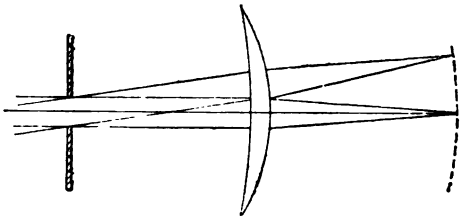


nous suffira de prendre une lentille croisée ou même une lentille plan convexe; de présenter à la lumière sa faxe convexe, puisqu'en général la distance des points visés est grande par rapport à la distance focale (§ 36 et § 167), et d'appliquer sur ses bords un écran annulaire formant diaphragme (*fig.* 26); il ne sera pas

nécessaire que l'ouverture en soit petite pour que les images soient très bonnes.

Si nous voulons, au contraire, viser à la fois des points dont les axes secondaires fassent entre eux des angles allant jusqu'à 10° ou 15°, la disposition précédente nous donnera, pour les plus écartés, des images très mauvaises, car l'aberration n'était corrigée que suivant l'axe. Comme nous avons vu que, pour les pinceaux obliques, la meilleure disposition consiste à rencontrer les surfaces aussi normalement que possible, nous retournerons la lentille, ou, mieux encore, nous lui substituerons un ménisque convergent

Fig. 27.



tournant sa face concave vers la lumière, et nous écarterons le diaphragme, de manière à affecter aux divers pinceaux des portions différentes de la lentille et à rendre ces pinceaux sensiblement normaux aux portions traversées (*fig.* 27).

Mais comme il faudra que ces pinceaux soient très limités, et que d'autre part nous ne sommes plus du tout, suivant l'axe, au minimum d'aberration, nous serons obligés de prendre un diaphragme beaucoup plus petit que tout à l'heure.

Nous aurons alors des images assez bonnes de points situés assez obliquement, et le lieu de ces images, pour des points à peu près équidistants de la lentille, sera même une surface assez plane.

C'est ainsi qu'on avait résolu le problème aux premiers temps de la Photographie.

Mais le champ que nous nous sommes fixé est insuffisant, et si l'on veut en augmenter l'angle, la surface focale aura une courbure de plus en plus prononcée; et il faudra diminuer de plus en plus l'ouverture du diaphragme, tant pour combattre l'aberration crois-

sante que pour permettre, par une augmentation de la profondeur de foyer, de recevoir sur un écran plan des images acceptables même sur les bords.

Or, cette diminution d'ouverture a de nombreux inconvénients; d'abord nous ne laisserons plus passer que des quantités très faibles de lumière; puis, si nous allons trop loin, nous ferons apparaître un nouveau genre de phénomènes, dus à ce qu'on appelle la *diffraction*.

Enfin, sur les bords du champ, nous trouverons les images déformées par ce qu'on appelle la *distorsion*, dont nous parlerons plus longuement tout à l'heure.

Si bien que, même avec l'emploi de lumière homogène, la solution du problème est extrêmement imparfaite.

Comme d'ailleurs, en réalité, c'est de la lumière blanche que nous recevons, elle est bien plus imparfaite encore puisqu'elle ne fait rien pour combattre l'aberration de réfrangibilité.

Or cette aberration est la plus grave; c'est ainsi que dans une lentille croisée en flint, d'ouverture $\frac{f}{30}$, l'aberration chromatique est 42 fois plus grande que l'aberration sphérique; elle est 16 fois plus grande dans une lentille équiconvexe en crown.

Donc, d'une part, l'emploi des diaphragmes avec des lentilles simples ne peut nous donner une solution complète du problème, et d'autre part une solution partielle ne présente pour ainsi dire aucun intérêt.

51. Emploi des lentilles composées pour la correction des aberrations suivant l'axe et au voisinage de l'axe. — Et c'est ainsi que nous sommes forcément amenés à former l'objectif avec des systèmes complexes de lentilles.

Il nous suffira d'en associer deux si nous voulons nous contenter d'un champ assez petit (1).

(1) Le problème ainsi limité ne diffère que très peu de celui qui a pour but la construction des objectifs de lunettes astronomiques, et qui a été traité de façon très complète dans un beau Mémoire de M. Ad. Martin (*Annales de l'École Normale Supérieure*, 1877, Supplément). Ce que nous donnons ici est un résumé de ce Mémoire, complété, au point de vue de la Photographie, au moyen de

Étant donnés en effet deux verres différents, nous pouvons toujours construire avec ces verres deux lentilles qui, accouplées, constituent un système réfringent d'ouverture donnée et de distance focale donnée, qui soit rigoureusement aplanétique et sensiblement achromatique pour un point déterminé de son axe principal.

Le problème n'admet aucune solution si les deux lentilles sont convergentes; il en admet une infinité si l'une des lentilles est convergente et l'autre divergente, de façon à présenter, tant au point de vue de la sphéricité qu'à celui de la réfrangibilité, des aberrations partielles de signes contraires.

1. *Méthode directe.* — L'aberration totale de sphéricité pour tous les rayons d'une couleur donnée émanés d'un point donné de l'axe sera alors représentée par une fonction des quatre rayons de courbure, pouvant être annulée par une relation convenable entre les quatre rayons; c'est-à-dire qu'en égalant cette aberration totale à o, l'équation obtenue admettra des racines réelles. Nous avons dit (§ 38) comment peut se faire le calcul, assez long, qui permet d'établir cette fonction. Il devient plus compliqué encore lorsque l'on tient compte des épaisseurs des lentilles.

Si le point pour lequel on réalise l'aplanétisme est convenablement choisi, l'aberration de sphéricité, nulle pour lui, sera en outre suffisamment réduite pour les autres points situés sur l'axe ou au voisinage.

Nous pouvons d'autre part obtenir, à la sortie du système, la superposition des points de concours que donnent les rayons de deux couleurs choisies d'avance, émanés d'un point de l'axe. Nous avons fait (§ 177) le calcul en supposant le point à l'infini. Il montre que le résultat cherché sera obtenu si les distances focales propres aux deux lentilles sont dans le rapport des pouvoirs dispersifs des deux verres, ces pouvoirs dispersifs étant calculés sur les portions du spectre comprises entre les deux couleurs que l'on veut superposer; il nous montre également que, si le système doit être con-

---

renseignements que nous devons à l'obligeance de M. Ad. Martin et de M. P. Henry. Nous engageons ceux de nos lecteurs qui voudraient pousser plus loin cette étude à lire le Mémoire de M. Martin.

vergent, il faut que celle des deux lentilles composantes qui est convergente soit faite avec la substance dont le pouvoir dispersif est le plus petit.

Pour obtenir la superposition de trois ou quatre couleurs, il faudrait employer un système de trois ou quatre lentilles; on va quelquefois jusqu'à trois, jamais au delà.

Mais, si même nous n'en associons que deux, les images données par les rayons des autres couleurs se feront très près des deux premières et nous n'aurons plus que ce qu'on nomme une aberration chromatique secondaire, qui sera peu importante si l'on a bien choisi les deux couleurs à achromatiser et qui, grâce à la profondeur de foyer, ne sera pas sensible.

On est d'ailleurs guidé dans ce choix par des considérations spéciales.

Dans les objectifs de lunettes, il faut concentrer au même point le plus de lumière possible ; aussi Frauenhofer cherchait-il à superposer le bleu et l'orangé.

Dans les objectifs de Photographie, le mieux serait de concentrer au même point le plus possible de rayons chimiques; seulement dans ce cas l'image lumineuse et l'image chimique ne coïncideraient pas; si l'on ne doit jamais photographier que des objets à l'infini, cela n'a pas d'inconvénients : on en sera quitte pour déterminer, une fois pour toutes, par une série d'expériences, la position du foyer chimique, qui est invariable; aussi est-ce le parti que l'on prend dans la construction des objectifs destinés à la Photographie du ciel :. on achromatise l'une par l'autre les couleurs correspondant à deux raies placées symétriquement par rapport à la raie G.

Mais, dans la Photographie ordinaire, nous visons successivement des objets situés à des distances très diverses : d'une visée à l'autre, la position de la glace dépolie, placée au foyer lumineux, peut varier beaucoup; le foyer chimique varie naturellement aussi, mais la distance des deux foyers n'est pas constante ; de sorte qu'il ne pourrait pas suffire de mettre au point sur l'image lumineuse et de déplacer ensuite la glace d'une quantité toujours la même, pour être au point sur l'image chimique.

Il est donc essentiel que les deux foyers soient toujours en coïn-

cidence. On achromatisera le jaune de la raie D par l'indigo de la raie G ou d'une raie située un peu au delà.

Supposons, par exemple, que nous voulions construire une lentille double, convergente, achromatisée pour les raies D et G, avec un flint d'indice 1,63 et un crown d'indice 1,52. Pour le flint,

$$n_g = 1{,}6457,$$
$$n_d = 1{,}6222,$$
$$n = 1{,}634;$$

pour le crown,

$$n_g = 1{,}627,$$
$$n_d = 1{,}516,$$
$$n = 1{,}521;$$

si nous appelons f le foyer du flint et f' celui du crown, il faudra que

$$\frac{f}{f'} = -\frac{\frac{0{,}0235}{0.634}}{\frac{0{,}011}{0{,}521}} = -1{,}756,$$

la lentille de flint devant être divergente et la lentille de crown convergente.

Pour les objectifs de lunettes, ou pour des objectifs de Photographie destinés à ne reproduire que des objets éloignés, comme les objectifs à paysages, on pourra ainsi calculer la correction des aberrations pour des rayons parallèles à l'axe; pour un objectif à portraits, par exemple, il vaudra mieux chercher à le réaliser pour les rayons émanés d'un point à distance finie; dans tous les cas, il sera bon, pour l'achromatisme comme pour l'aplanétisme, de faire entrer dans les calculs les épaisseurs des lentilles; on ne le fait pas toujours à cause de la complication qui en résulte, et, dans le cas qui nous occupe, cela n'a souvent pas grande importance.

Quoi qu'il en soit, on voit que la condition d'achromatisme est représentée par une relation entre les distances focales des deux lentilles composantes, et par conséquent entre les quatre rayons de courbure.

Avec la condition d'aplanétisme, cela nous en fait deux.

Comme nous avons quatre variables, et seulement deux équations pour les définir, si la distance focale du système n'est pas imposée d'avance, le problème comporte une infinité de solutions, et nous pouvons nous fixer encore deux conditions. C'est ainsi, par exemple, qu'étant donnée une lentille convergente de crown déterminé, nous pourrons toujours, en y associant une lentille divergente de flint, d'indice déterminé et de courbures convenables, obtenir un système convergent aplanétique et achromatique pour un point donné de son axe principal.

Si la distance focale du système est imposée d'avance, le problème aura encore une infinité de solutions, mais nous ne pourrons plus nous fixer qu'une condition arbitrairement choisie.

On en a proposé plusieurs.

Nous pourrons, et c'est ce qu'on appelle la *condition de Clairaut,* donner la même courbure aux faces en regard des deux lentilles; c'est ce que l'on fait généralement dans les lentilles achromatiques qui entrent dans la formation des objectifs ordinaires, parce que leurs dimensions sont assez petites. On colle alors les deux lentilles au moyen d'une substance qu'on appelle le baume du Canada. Ce baume est bien un peu coloré en jaune, ce qui diminue la transparence du système pour les rayons chimiques; mais comme les surfaces en regard ne peuvent pas être absolument identiques, et que par suite le contact ne peut pas être absolument parfait, il se produirait dans l'intervalle, s'il était vide, des réflexions fâcheuses.

Dans les objectifs de grande dimension, on ne peut pas employer le baume, qui ferait gondoler les surfaces, et l'on renonce à donner la même courbure aux faces en regard.

Nous pourrons alors disposer de la condition arbitraire pour diminuer l'aberration des faisceaux obliques, déjà fortement atténuée par la correction suivant l'axe, ce qui n'avait pas lieu quand nous ne faisions cette correction que par le diaphragme. C'est la *condition de d'Alembert;* nous rappelons d'ailleurs qu'il ne s'agit ici que de faisceaux peu obliques. Il sera possible alors d'obtenir, par une relation convenable entre les rayons de courbure, que dans la section, par un écran, des caustiques données par les rayons obliques, le maximum de l'intensité lumineuse, au lieu d'être rejeté

sur le bord de la tache comme nous l'avons vu (§ 39), soit ramené au centre, ce qui a une grande importance dans la Photographie du ciel pour le pointage des étoiles sur les clichés.

Herschel affectait deux des conditions à l'aplanétisme, en exprimant d'abord que le système devait être aplanétique pour des rayons parallèles à l'axe, puis qu'il devait l'être pour les rayons émanés d'un point situé à une distance finie et donnée. Cela fournit deux équations qui, jointes à l'équation d'achromatisme et à celle dite de convergence, qui fixe la longueur focale, déterminent complètement le problème.

Frauenhofer avait déjà suivi la même méthode en choisissant seulement de façon un peu différente le point à distance finie.

II. *Méthode indirecte.* — La question du calcul de l'objectif peut être abordée d'une tout autre façon, et nous devons parler de cette méthode, dite indirecte, parce que c'est elle en somme qui, de beaucoup, est le plus souvent utilisée dans le calcul des objectifs de Photographie, n'étant pas, comme celle que nous venons d'exposer, limitée au cas où le champ peut être très petit.

Elle consiste à procéder pour ainsi dire par tâtonnements : on considère un rayon de couleur moyenne, venant soit parallèlement à l'axe, soit d'un point choisi sur l'axe à distance convenable, le choix de ce point étant indiqué par ce que l'on veut surtout demander à l'objectif. On suit, à l'aide de la Trigonométrie, la marche, à travers les deux lentilles, de ce rayon, que l'on suppose rencontrer la première face en un point quelconque : on obtient ainsi une équation ou un système A d'équations définissant la position du point où le rayon réfracté correspondant coupera l'axe principal.

On transforme ensuite ces équations en exprimant que le rayon considéré tombe sur la première face au voisinage de l'axe, et l'on obtient ainsi un nouveau système B d'équations, relatif aux rayons centraux.

Toutes ces équations contiennent les rayons de courbure des quatre surfaces du système ; on a d'ailleurs, entre ces rayons, d'autres conditions, comme celle qui les lie aux pouvoirs dispersifs des deux verres employés, etc. On se sert de ces conditions pour cal-

culer des valeurs approchées des rayons de courbure, puis on introduit ces valeurs dans les équations A et B; celles-ci permettront alors de calculer : les premières, la position du point où l'axe est rencontré par un rayon réfracté correspondant à un point d'incidence quelconque; les secondes, la position du point où le coupent les rayons centraux.

On fait ensuite les mêmes calculs en donnant aux indices, non plus une valeur moyenne, mais les valeurs extrêmes.

En général, les points ainsi calculés ne coïncident pas; sinon, c'est que l'objectif remplirait du premier coup les conditions demandées, puisque les rayons marginaux et les rayons centraux, de couleur quelconque, partis d'un même point, auraient même point de concours.

On modifie alors les valeurs d'un ou deux rayons de courbure, on essaye de nouveau, et ainsi, par approximations successives, on tend vers le but visé.

Dans le cas qui nous occupe en ce moment, et qui se résout facilement par méthode directe, cette méthode indirecte n'a guère d'intérêt que pour un contrôle des résultats indiqués par la première; mais, comme nous le verrons, elle est seule applicable quand il s'agit des objectifs destinés à la Photographie ordinaire.

Nous avons jusqu'ici supposé qu'on n'avait à sa disposition que deux verres différents, mais tous deux déterminés. La possibilité d'avoir des verres d'indice et de pouvoir dispersif très variés donne une grande latitude au problème et permet de se fixer d'autres conditions en choisissant des natures de verres qui y conviennent.

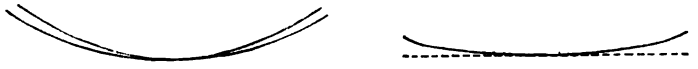
Ainsi on pourra obtenir que, même avec une grande ouverture, les deux parties de la caustique donnée par un faisceau oblique se réduisent sensiblement à des éléments de lignes, et même que ces lignes focales arrivent à se couper, de manière à donner une image unique. C'est ce qui a lieu dans l'objectif désigné sous le nom d'*objectif pourvu* (formé d'un crown biconvexe et d'un flint biconcave).

On pourra même disposer, dans certaines limites, de la forme de la surface focale, lieu des images données par les faisceaux de

rayons parallèles obliques à l'axe principal. Nous avons vu en effet que, pour une surface unique, la surface focale avait une courbure variable et présentait au côté d'où vient la lumière soit sa concavité, soit sa convexité, tout cela suivant le sens et la grandeur de la courbure de la surface réfringente et suivant la disposition des milieux. En compensant de façon convenable les déformations produites dans la surface focale par les réfractions successives, nous l'amènerons à se rapprocher d'un plan.

Ainsi, dans l'objectif pourvu, la surface focale a comme méridienne (ou section par un plan passant par l'axe principal) la

Fig. 28.



courbe dite *en plateau de balance;* c'est une courbe du quatrième degré obtenue en prenant comme ordonnées les distances d'une circonférence à une parabole tangente (*fig.* 28).

On remarquera que, dans tout ceci, nous n'avons pas fait intervenir le diaphragme. Aussi pourrons-nous, dans les conditions où nous nous sommes placés, c'est-à-dire pour un champ d'angle petit, obtenir des objectifs excellents, même marchant à toute ouverture.

C'est ainsi que MM. Henry ont construit, pour la Photographie du ciel, un objectif de 33^{cm} de diamètre pour 3^{m}, 40 de distance focale (c'est-à-dire d'une ouverture à peu près égale au vingtième du foyer), qui est d'une rare perfection. Mais le champ utilisé n'avait pas besoin de dépasser 2°.

Il faut noter d'ailleurs que l'extrême habileté de ces deux physiciens entre pour la plus grande part dans la perfection de l'instrument. Il ne faut pas croire, en effet, qu'il suffise de calculer quatre équations et que l'exécution ne soit rien. Les lentilles, une fois construites avec les rayons de courbure assignés par le calcul, doivent subir un très long et très délicat travail de retouches locales, nécessitées tout d'abord par ce fait qu'il est impossible d'obtenir du premier coup des surfaces rigoureusement sphériques; mais, en outre, ce n'est que grâce à ces retouches, exécutées méthodiquement, qu'on peut arriver à corriger les aberrations de façon réellement complète.

52. Correction générale des aberrations par l'emploi simultané du diaphragme et des lentilles composées. — Pour la Photographie ordinaire, nous avons besoin d'un champ beaucoup plus grand; et, par suite, nous sommes obligés d'admettre des faisceaux beaucoup trop obliques pour qu'une lentille combinée, employée seule et par toute sa surface, nous fournisse les moyens de corriger, pour les rayons qui les composent, les diverses aberrations.

Il est pourtant nécessaire de nous en affranchir, et c'est ce que nous pourrons faire en employant des systèmes plus complexes et surtout en réglant, par un diaphragme, l'admission des rayons.

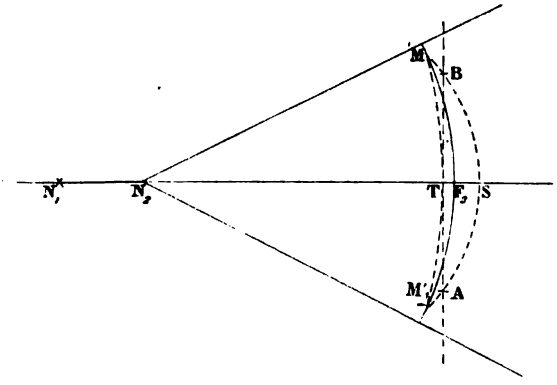
Le rôle essentiel du diaphragme sera de localiser, pour ainsi dire, les divers faisceaux, c'est-à-dire d'affecter à chaque faisceau d'obliquité déterminée une portion déterminée, convenablement choisie et convenablement limitée, du système réfringent. Cette localisation nous fournira le moyen, d'une part, de réduire beaucoup l'astigmatisme, au point de le détruire sensiblement jusqu'à une assez grande distance de l'axe; d'autre part, de faire tendre vers un plan la surface focale.

Le diaphragme, à ce point de vue, nous aidera encore d'autre façon : en diminuant l'ouverture utile de l'objectif, il augmente la profondeur de foyer; si, sur chacun des axes secondaires, nous déterminons les positions extrêmes que peut prendre l'écran sans que cesse d'être nette l'image d'un point situé à l'infini, l'écart de ces deux positions extrêmes deviendra très notable; nous trouverons ainsi, de part et d'autre de la surface focale, deux surfaces nouvelles, comprenant entre elles une portion assez épaisse de l'espace, dans laquelle aucun des cônes de rayons réfractés ne présente une section qui ne puisse être considérée comme un point. Ce sera une sorte de volume focal, et, bien que la surface focale elle-même ne soit pas plane, une glace sensible plane recevra des images nettes, sera *couverte* sur toute la portion de son étendue qui sera comprise à l'intérieur du volume focal.

Soit, par exemple, un objectif dont la surface focale soit MF_2M' (*fig.* 29), de courbure très prononcée : si, par l'emploi d'un diaphragme convenable, nous obtenons une profondeur de foyer assez grande pour que, dans l'espace compris entre les surfaces MSM',

MTM′, les cônes de rayons réfractés aient des sections moindres que la surface de diffusion tolérée, nous pourrons recevoir des

Fig. 29.



images nettes de points éloignés sur une surface plane assez grande, de diamètre maximum AB (1).

Cette augmentation de la profondeur de foyer nous dispense donc, dans certaines limites, de la nécessité d'aplanir la surface focale.

D'autre part, l'emploi des lentilles composées, qui nous sont imposées par l'aberration chromatique, nous permettant de diminuer considérablement, et même de détruire au voisinage de l'axe, les effets de l'aberration de sphéricité, le diaphragme n'est plus, comme avec une lentille simple, chargé à lui seul de faire disparaître ces effets; il pourra devenir beaucoup plus grand et ne donnera plus lieu aux mêmes inconvénients.

Il en subsistera cependant quelques-uns, résultant soit de l'emploi même du diaphragme, soit de la possibilité qu'il nous donne

(1) Dans un même objectif, nous pourrons employer plusieurs diaphragmes, et pour chacun d'eux nous aurons un volume focal différent; aussi, comme l'a fait remarquer M. Moëssard, est-il avantageux de mettre au point sur la glace dépolie avec le diaphragme qui doit servir pour la pose. Supposons, en effet, que, dans l'exemple que nous avons choisi, nous ayons pris, pour mettre au point, un diaphragme très grand; nous serons amenés à placer en F_2 la glace dépolie; quand, après lui avoir substitué la surface sensible, nous interposerons un petit diaphragme, cette position ne sera plus la meilleure.

d'agrandir dans des proportions considérables l'angle et la profondeur du champ.

Nous allons les passer en revue : ce sont surtout des déformations de l'image.

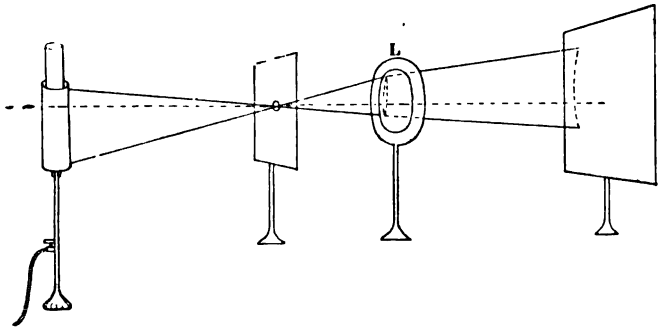
53. Distorsion. — La distorsion consiste en ceci, que des droites lumineuses, placées à une certaine distance de l'axe principal du système réfringent, donnent sur l'écran des images courbes.

C'est une conséquence de la localisation des faisceaux obliques par le diaphragme.

On peut l'observer au moyen d'une expérience très simple (*fig.* 30).

On entoure la cheminée d'une lampe à gaz avec une feuille

Fig. 30.



opaque, présentant une fente verticale étroite et longue; cette fente constituera une ligne lumineuse; les rayons venant de cette ligne sont reçus d'abord sur un écran opaque, percé d'une petite ouverture circulaire et jouant le rôle de diaphragme; puis, sur une loupe assez puissante, dont l'axe principal passe par le trou du diaphragme, et enfin sur un écran blanc : il se formera sur cet écran une image de la fente (image fort mauvaise d'ailleurs, parce que toutes les aberrations interviendront, mais suffisante pour l'observation que l'on veut faire ici).

Chaque point de la fente éclairée enverra sur la lentille un pinceau très étroit de rayons, et l'ensemble de ces pinceaux constituera un faisceau plan que, par un déplacement latéral de la

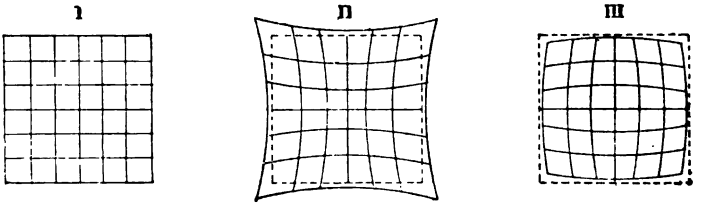
lampe, on fera tomber sur la lentille soit suivant un diamètre, soit excentriquement.

On constate alors, à mesure que la trace lumineuse du faisceau sur la lentille s'écarte du centre, que l'image, d'abord rectiligne, s'incurve peu à peu en présentant sa concavité vers l'axe principal. Le phénomène n'est d'ailleurs sensible que si la longueur de la fente est assez grande par rapport à sa distance au diaphragme; il s'atténue à mesure que l'on éloigne la lampe. Si ensuite, laissant fixes la lampe et la lentille, nous déplaçons le diaphragme, nous verrons la courbure de l'image s'accentuer à mesure qu'il s'écartera de la lentille et s'atténuer à mesure qu'il s'en approchera; remarquons que le faisceau, dans le premier cas, rencontre la lentille à une distance croissante du centre; dans le second cas, à une distance décroissante. Si, enfin, nous plaçons le diaphragme, non plus en avant de la lentille, mais en arrière, la courbure de l'image change de sens; elle présente maintenant sa convexité vers l'axe.

Avec une lentille divergente, les phénomènes (qu'on devrait observer en plaçant l'œil à la place de l'écran blanc, puisque les images seraient virtuelles) se présentent exactement en sens inverse.

On peut d'ailleurs se rendre compte des phénomènes de distorsion plus simplement encore en regardant à travers une lentille

Fig. 31.



un papier quadrillé placé à petite distance. Avec une lentille convergente, le réseau (*fig.* 31, I) présentera une déformation, par suite de laquelle les courbures seront convexes vers le centre (*fig.* 31, II). De là le nom de *distorsion en croissant* donné à ce premier genre de déformation; avec une lentille divergente, les courbures seraient concaves vers le centre (*fig.* 31, III). C'est la distorsion *en barillet*.

Ce second mode d'expérience n'est en somme qu'une forme moins complète du premier : ici le diaphragme, c'est l'iris; il est forcément placé entre la lentille et l'écran, qui est la rétine; nous devons donc retrouver les phénomènes que nous avions observés en donnant au diaphragme cette position.

Ainsi, l'emploi d'un diaphragme placé en avant d'un système convergent donne lieu à une distorsion en barillet; s'il est placé eu arrière, à une distorsion en croissant; ces distorsions ne deviennent sensibles dans l'image qu'à une certaine distance du centre, elles sont d'autant plus accentuées que le diaphragme est plus éloigné de la lentille.

Il est assez rare que les objets photographiés comprennent une double série de lignes rectangulaires, et par suite que l'on ait à observer le phénomène sous la forme nette dont nous venons de parler, mais on constatera souvent, dans l'image d'un objet de dimensions trop grandes par rapport à sa distance au système réfringent, des déformations qui sont dues seulement à la distorsion. C'est ce qui se produira, par exemple, quand on voudra faire un portrait à grande échelle avec un objectif trop petit et que, pour cela, on placera le modèle trop près de l'appareil photographique.

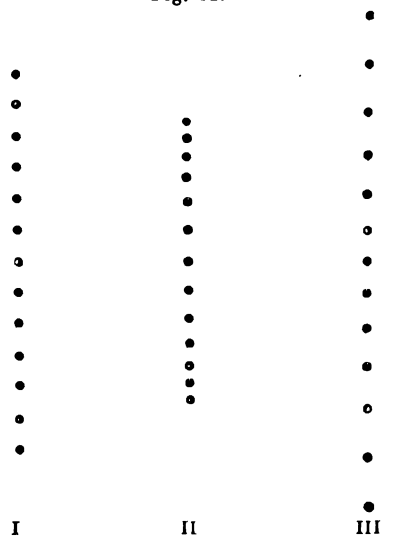
La distorsion se manifestera très souvent encore sous une autre forme : une altération de la perspective.

Supposons, en effet, que l'on considère une ligne lumineuse, de longueur déterminée, placée devant un système réfringent muni d'un diaphragme antérieur, et que cette ligne, comprise dans un plan passant par l'axe principal, s'approche peu à peu de la lentille; d'après ce que nous avons vu, son image est et reste rectiligne. Tant que la distance est grande, les lignes joignant les extrémités de l'objet au centre du diaphragme sont peu obliques par rapport à l'axe principal; le faisceau lumineux plan qui tombe sur la lentille, suivant un diamètre, n'intéresse que la partie centrale de ce diamètre; il n'y a pas de distorsion sensible, et la grandeur de l'image varie suivant la loi normale du grossissement. Mais, à mesure que la distance diminue, les pinceaux extrêmes s'écartent et rencontrent la lentille à une distance de plus en plus grande du centre; la distorsion en barillet commence à se faire sentir, ramassant pour ainsi dire l'image dont la dimension se

trouve ainsi augmenter moins vite que ne le veut la loi du grossissement.

C'est un effet dont on se rendra immédiatement compte en remplaçant, dans l'expérience que nous avons indiquée en premier lieu pour l'observation de la distorsion, la fente lumineuse continue par une série de petits trous égaux et équidistants disposés suivant une ligne verticale (*fig.* 32, I); dans l'image, les distances

Fig. 32.



relatives des trous diminuent à mesure qu'on s'écarte du centre (*fig.* 32, II).

Un phénomène exactement inverse se produirait si le diaphragme était derrière la lentille : l'image de la fente se trouverait étirée (*fig.* 32, III). D'une manière générale, la distorsion en barillet aura pour effet de diminuer, la distorsion en croissant d'augmenter le grossissement pour des objets situés très près de l'objectif, et, par suite, de modifier, dans l'image, l'importance relative de ces objets par rapport à d'autres de même dimension placés à de plus grandes distances.

A quelle cause est due la distorsion? La théorie complète du phénomène paraît présenter de grandes difficultés; nous nous bornerons à remarquer que les images distordues sont fournies par

des rayons très obliques à l'axe, que la loi de similitude entre l'image et l'objet est fondée sur la considération des points nodaux et des axes secondaires ; et qu'enfin les points nodaux ne conviennent, ainsi que nous l'avons dit dès le début, qu'à des rayons très peu obliques par rapport à l'axe ; par suite, la loi de similitude qui convient aux images formées au voisinage de l'axe ne saurait être appliquée que d'une manière approchée aux images formées par des faisceaux très obliques.

D'autre part, et c'est ce qui complique singulièrement le problème, ces images de faisceaux obliques, que nous parvenons à recueillir, ne sont pas, pour ainsi dire, formées régulièrement ; ce sont des éléments de caustique.

Enfin les différences dans les épaisseurs de verre traversées par les rayons qui passent dans l'objectif au voisinage du centre ou au voisinage des bords interviennent aussi, et cela aura une grande importance dans les objectifs qui contiennent, comme l'Antiplanat de Steinheil, des lentilles de grande épaisseur.

54. Déformations dues à des causes autres que la distorsion. — La distorsion n'est pas la seule cause des déformations que l'on observe dans les images photographiques. Nous en signalerons d'abord une autre, qui peut avoir pour effet d'altérer les effets de perspective même dans la partie centrale de l'image et pour les rayons voisins de l'axe.

Ce mode de déformation tient à la séparation des points nodaux et dépend de leur distance ; dans une lentille simple, ou dans un système complexe dont les points nodaux sont confondus, le centre optique est en même temps centre de similitude. L'œil, placé en ce point et regardant successivement les objets visés par l'objectif, puis leur image sur la glace, les verrait, de part et d'autre, avec les mêmes diamètres apparents relatifs, puisque par ce centre commun passent toutes les droites joignant chaque point de l'objet au point correspondant de l'image.

Mais, dans le cas général, le centre de similitude n'est pas le même pour les diverses parties de l'objet : à mesure que le point visé se rapproche de l'objectif, le centre de similitude se déplace en se rapprochant du point nodal d'incidence (*Voy.* § 132), et il n'y

a pas de point commun à toutes les droites joignant les divers points de l'objet à leurs images.

D'ailleurs, il faut observer que, si souvent les images données par la Photographie nous choquent au point de vue des effets de perspective, cela tient à ce que, d'abord, la vision binoculaire intervient dans ces effets, qu'ils nous paraissent notablement modifiés lorsque nous fermons l'un des deux yeux, et que l'appareil photographique est monoculaire; dans les épreuves stéréoscopiques, nous retrouvons non seulement l'impression du relief pour un seul objet, mais encore l'impression juste de la perspective aérienne pour un ensemble d'objets, à condition que la distance des deux objectifs ait été réglée à l'écartement des deux yeux.

Cela tient ensuite à ce que, pour examiner une épreuve photographique, nous devrions placer l'œil, par rapport à l'épreuve, à la distance où se trouvait la glace sensible du point nodal d'émergence de l'objectif, ou mieux du centre de similitude, s'il en existe un qui soit fixe. C'est ce que nous ne faisons pas, et ce que nous ne pouvons généralement pas faire, cette distance étant ordinairement inférieure à celle de la vision distincte; mais c'est ce que nous permet de faire l'emploi d'une loupe convenablement choisie et placée, et l'on sait en effet que l'emploi de la loupe simple pour examiner une photographie donne une impression de profondeur que l'on n'a pas à l'œil nu.

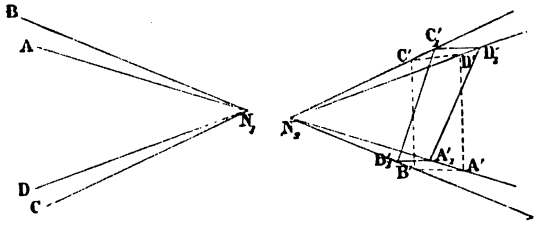
Il y a, en outre, des déformations qu'on pourrait dire accidentelles et qui sont dues à un mauvais usage de l'objectif; soit qu'on choisisse des objectifs de champ trop grand ou d'ouverture trop grande, qui donnent sur l'image photographique des points que l'œil ne peut voir simultanément dans la nature, soit que l'on se serve de diaphragmes trop petits, soit que l'on donne à l'appareil une mauvaise position.

Si l'on reproduit, par exemple, un paysage avec un objectif de champ trop grand, il semblera sur l'image s'être rétréci, ramassé; il ne faut pas, en général, que le champ de l'objectif dépasse notablement le champ de la vision. Si encore l'on fait un portrait avec un objectif d'ouverture trop grande, la tête semblera aplatie et élargie, parce que l'on en verra à la fois sur l'image les deux côtés.

Si l'on emploie un trop petit diaphragme, on exagérera la netteté jusqu'à l'obtenir à la fois pour des parties de l'image que l'œil, dont la faculté d'accommodation est limitée, ne voit pas nettes simultanément ; on exagérera aussi l'importance des détails et l'image sera plate.

Enfin si, pendant l'exposition à la lumière, la plaque sensible n'est pas verticale, on aura des déformations graves qui auront pour effet de faire converger, soit vers le haut, soit vers le bas, les lignes verticales, les lignes d'un bâtiment, par exemple. Il est extrêmement facile d'en voir la cause. Soit ABCD (*fig.* 33) les

Fig. 33.



quatre sommets d'un rectangle vertical qui représente la façade d'une maison, je suppose ; son image est verticale aussi et rectangulaire, soit A'B'C'D' ; si la glace n'est pas verticale, elle coupera les axes secondaires en des points tels que $A'_1 B'_1 C'_1 D'_1$. Nous pourrons en ces points avoir des images nettes, grâce à la tolérance de mise au point ; mais $A'_1 B'_1$ est plus petit que A'B', tandis que $C'_1 D'_1$ est plus grand que C'D' ; au lieu d'un rectangle, on aura un trapèze ; c'est ainsi que, lorsque pour photographier une tour trop haute, on incline l'appareil vers le haut sans avoir soin de rendre verticale la glace sensible, la tour prend sur l'image l'aspect d'une pyramide.

55. Conditions auxquelles doit satisfaire l'objectif photographique. — Nous pouvons résumer maintenant les conditions que doit remplir l'objectif.

1° Il doit avoir un champ assez grand ; le champ pouvant être mesuré par le rapport de grandeur entre le diamètre de la portion couverte, sur une glace sensible placée au foyer principal, et la dis-

tance focale principale (¹); il en résulte que, pour une même dimension de surface couverte ou utilisée, le champ variera en raison inverse de la distance focale.

2° Il doit être aplanétique suivant son axe principal et dépourvu d'astigmatisme suivant les directions obliques.

3° Il doit être achromatique, aussi bien pour les directions obliques que pour l'axe principal.

Cette condition, comme la précédente, sera d'autant plus difficile à satisfaire que l'ouverture de l'objectif sera plus grande.

4° Il doit avoir une certaine profondeur de foyer; cette profondeur de foyer, étant mesurée par le déplacement que pourra subir une glace sensible de part et d'autre du foyer principal sans que l'image d'un point situé à l'infini sur l'axe principal perde sa netteté, est proportionnelle à la distance focale principale et inversement proportionnelle au rayon d'ouverture de l'objectif.

5° Il doit avoir une certaine profondeur de champ; cette profondeur de champ, ayant comme mesure le déplacement que peut subir un point, situé sur l'axe à distance donnée, sans que son image cesse d'être nette sur un écran placé au foyer conjugué de sa position initiale, décroîtra quand croîtront le rayon d'ouverture de l'objectif et la distance focale principale.

6° Il doit donner une surface focale principale voisine d'un plan, ou tout au moins, grâce à la profondeur de foyer, un volume focal tel qu'une surface plane d'assez grande étendue y puisse être comprise.

7° Il doit être exempt de distorsion, ce que l'on ne pourra obtenir de façon complète que par l'emploi combiné de systèmes donnant des distorsions contraires.

8° Il doit concentrer sur un élément de surface de l'écran sensible la plus grande quantité possible de lumière, et en particulier de lumière actinique, c'est-à-dire active au point de vue chimique. Si, comme l'a fait le Congrès international de 1889, on définit la *clarté* d'un objectif par le rapport entre l'éclat de l'image qu'il

(¹) Le rapport est réellement égal au double de la tangente trigonométrique du demi-angle de champ. L'angle de champ est l'angle des droites joignant le point nodal d'émergence à deux points diamétralement opposés, pris à l'extrême bord de la surface couverte.

donne d'un objet placé à l'infini sur l'axe principal et celui de l'image que donnerait du même objet un objectif pris pour type, et cela *sans tenir compte des pertes de lumière qui peuvent se produire à l'entrée ou dans la traversée du système réfringent,* la clarté croît comme l'ouverture utile, varie en raison inverse du carré de la distance focale principale, et ne dépend que de ces deux éléments (1).

Mais si l'on considère l'éclat réel de l'image donnée par un objectif déterminé, ce que l'on pourra appeler la *clarté propre de l'objectif* varie beaucoup avec le mode de construction et avec la nature des verres employés; car, de la lumière qui tombe sur la surface d'une lentille, une portion est réfléchie par la face d'entrée, une autre absorbée au passage, une autre réfléchie par la face de sortie.

Il y aura donc une première perte de lumière à l'entrée de chaque lentille en contact avec l'air, perte d'autant plus grande que les rayons rencontreront plus obliquement les surfaces; il y en aura une autre à la sortie de chaque lentille, qui dépendra aussi de l'obliquité des rayons par rapport à la surface et, pour une

---

(1) Si nous considérons, en effet, un objet de surface S et d'éclat intrinsèque E, il enverra sur l'unité de surface, placée à l'unité de distance, une quantité de lumière

$$ES,$$

et par suite sur l'objectif, de rayon d'ouverture y, placé à distance p_1, une quantité

$$ES\pi y^2 \frac{1}{p_1^2}.$$

Cette quantité de lumière, supposée transmise intégralement, se distribuera sur la surface S′ de l'image, dont l'éclat sera

$$E' = E\frac{S}{S'}\pi y^2 \frac{1}{p_1^2}.$$

Mais, d'autre part,

$$\frac{S}{S'} = \frac{p_1^2}{p_2^2},$$

d'où

$$E' = E\pi y^2 \left(\frac{1}{p_2}\right)^2 = E\pi \frac{y^2}{f^2}\left(1 - \frac{f}{p_1}\right)^2$$

ce qui, pour $p_1 = \infty$, donne

$$E' = E\pi \frac{y^2}{f^2}.$$

même obliquité, croîtra avec l'indice de réfraction du verre. (On peut considérer comme négligeables les réflexions sur la surface de séparation de deux lentilles collées au baume du Canada.)

Enfin la portion de lumière absorbée variera avec l'épaisseur de la lentille, mais sans lui être proportionnelle, car, à partir d'une certaine valeur, un accroissement de l'épaisseur n'augmente pas l'absorption de la lumière. Si, d'autre part, le verre est un peu coloré, il absorbera certains rayons plus que les autres : un verre un peu jaune arrêtera surtout les rayons chimiques, et les flints très lourds sont souvent colorés en jaune. Le baume est, lui aussi, souvent un peu jaune et cause une nouvelle absorption.

La perte totale de lumière, par ces diverses causes, peut atteindre dans un objectif double plus de 20 pour 100 (1).

Il ne faudrait donc pas croire que ce qu'on appelle vulgairement la *rapidité d'un objectif* (qui est assez mal définie d'ailleurs) soit uniquement proportionnelle à la surface d'ouverture et à l'inverse du carré de la distance focale.

9° L'objectif doit éclairer uniformément la surface focale, de manière que des objets d'égal éclat, placés à égale distance (2). donnent des images d'éclat égal, que ces images se forment au centre ou sur les bords de la surface focale.

10° Il ne doit pas laisser parvenir sur la surface sensible de rayons ayant subi pendant leur parcours à travers le système réfringent une ou plusieurs réflexions, ces rayons devant troubler les images formées par les rayons simplement réfractés; ou du moins il doit répartir uniformément ces rayons sur la surface, de manière à éviter

---

(1) De la Baume Pluvinel, *Comptes rendus des séances du Congrès de Photographie de* 1889.

(2) Cette restriction n'intervient que dans certaines limites; en général, et contrairement à ce que l'on a dit quelquefois, l'éclat de l'image ne dépend pas de la distance de l'objet à l'objectif; nous avons trouvé en effet que

$$E' = E\pi \frac{y^2}{f^2}\left(1 - \frac{f}{p_1}\right)^2,$$

E' variera donc très peu tant que p_1 sera un peu grand; pour qu'il diminue de $\frac{1}{100}$, il faut que p_1 décroisse jusqu'à 200 f. Il faut cependant tenir compte de ce fait que y^2, ouverture utile de l'objectif, varie un peu avec p_1 dans un objectif diaphragmé, et suivant que le diaphragme est placé en avant ou à l'intérieur, croît quand p_1 diminue ou quand p_1 augmente. (*Voir* p. 94, note.)

la formation d'une tache, qui, se produisant dans la partie centrale de l'image, est dite tache centrale (1).

Certaines de ces conditions sont d'ailleurs intimement liées; c'est ainsi qu'une perfection plus ou moins grande de l'achromatisme fait varier beaucoup la durée nécessaire d'exposition.

D'autres sont incompatibles; c'est ainsi que la correction des aberrations de sphéricité et la profondeur de foyer exigent qu'on réduise l'ouverture de l'objectif, alors qu'au point de vue de l'éclairement des images nous devons l'augmenter le plus possible.

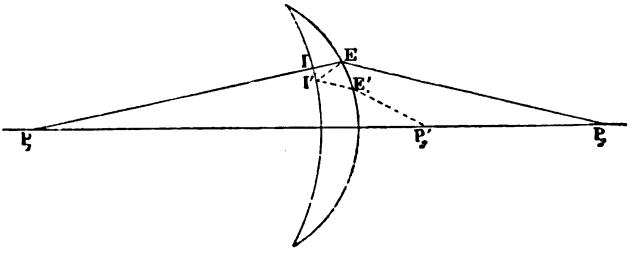
56. **Calcul d'un objectif photographique.** — Nous sommes ici, le plus souvent, réduits à une seule méthode de calcul, celle que nous avons exposée au § 51, sous le nom de méthode indirecte.

On déterminera, au moyen de certaines conditions générales, la disposition à donner à l'objectif et la valeur approchée des rayons de courbure.

Puis on suivra, à travers les diverses lentilles, la marche d'un rayon provenant d'un point de l'axe et s'écartant peu de cet axe; on fera le calcul d'abord pour un rayon jaune, par exemple, puis pour un rayon violet : on suivra ensuite de même la marche de deux rayons, jaune et violet, provenant du même point et confondus,

---

(1) Dallmeyer a montré que cette tache centrale est due à la formation d'une image réelle de l'ouverture du diaphragme par le système réfringent interposé entre ce diaphragme et l'écran sensible. Sir J. Herschel a ensuite fait voir que cette image est donnée par des rayons qui, au lieu d'être simplement réfractés,



subissent des réflexions sur les faces du système réfringent et suivent une marche telle que $P_1IEI'E'P'_2$ au lieu de la marche régulière qui est P_1IEP_2.

Il suffira donc, pour éviter la formation de la tache centrale, de donner à la face postérieure du système réfringent une courbure telle que l'image P'_2, donnée, par ces rayons irréguliers, du centre du diaphragme, soit une image virtuelle. (*Voir* à ce sujet, FABRE, *Traité encyclopédique de Photographie*, t. I, p. 87).

mais s'écartant, à une certaine distance, de l'axe principal, et l'on cherchera, en modifiant légèrement un ou plusieurs des rayons de courbure, à obtenir la coïncidence des divers points d'intersection, avec l'axe, des rayons réfractés.

On fera de même pour un point lumineux situé au bord du champ, et l'on procèdera ainsi, par tâtonnements successifs, jusqu'à ce que l'on ait atteint le résultat cherché.

Parmi les conditions que l'on peut imposer *à priori* à l'ensemble des rayons de courbure, et qui servent à déterminer des valeurs approchées de ces rayons, il en est quelques-unes que nous indiquerons plus spécialement.

D'abord, comme principe général, nous chercherons à obtenir que les rayons rencontrent les surfaces réfringentes sous une faible obliquité, puisque, nous l'avons vu, c'est le seul moyen d'atténuer les effets de l'astigmatisme.

Nous pourrons, comme le faisait Prazmowski, donner aux courbures des valeurs telles et au diaphragme une position et une dimension telles que les pinceaux lumineux traversent le système réfringent en subissant le minimum de déviation. Cette disposition est extrêmement favorable à la correction des diverses aberrations. Analytiquement, la condition se traduit par cette autre que le produit des cosinus des angles d'incidence soit égal pour un même rayon au produit des cosinus des angles de réfraction (1).

Nous pourrons encore, comme l'a indiqué M. A. Martin, poser entre les rayons de courbure une relation telle que les points nodaux du système puissent être amenés à coïncider, de telle sorte que le centre optique y jouisse des mêmes propriétés que dans une lentille mince; c'est, sous beaucoup de rapports, une excellente disposition, souvent réalisée d'ailleurs.

Il ne sera pas possible, dans un même objectif, de satisfaire simultanément, de façon complète, toutes les conditions que nous avons énumérées au § 55. Suivant que nous nous attacherons surtout à satisfaire l'une ou l'autre, nous serons amenés à construire des types différents.

(1) A. Martin, *Annales de l'École Normale Supérieure*, 1877, Supplément.

D'autre part, dans un même objectif, nous nous arrangerons de manière à pouvoir faire varier l'ouverture, par l'emploi de diaphragmes différents, suivant que, d'après les circonstances, nous attacherons plus d'importance à la clarté, ou à la netteté et à la profondeur de champ.

Au point de vue de la disposition générale de l'objectif, on pourra chercher à résoudre le problème complexe dont nous avons posé les conditions au moyen d'une combinaison unique, en donnant au diaphragme un rôle très important.

Ou bien on demandera à une première combinaison certaines qualités, et l'on obtiendra, par l'adjonction de lentilles auxiliaires, les corrections complémentaires.

Ou bien enfin, pour éviter les courbures trop grandes, on partagera soit le travail total, soit le travail principal, entre deux combinaisons.

Dans ces deux cas, les distances respectives des lentilles ou des combinaisons joueront un rôle important.

Il faut remarquer qu'en principe, au point de vue de la finesse des épreuves, les objectifs les plus simples seront les meilleurs; car, si la complication du système réfringent rend plus facile le problème de la correction des aberrations, elle entraîne forcément l'accumulation de *résidus d'aberration* qui altèrent la finesse de l'image. D'autre part, les combinaisons simples auront l'avantage de donner lieu à moins de pertes de lumière par réflexion.

Nous répéterons ici ce que nous avons dit à propos des objectifs à petit angle, à savoir que la variété des verres dont on dispose facilitera beaucoup la solution du problème. C'est ainsi que, en formant la lentille combinée, non plus avec un crown et un flint, mais avec un flint léger et un flint lourd, on augmentera le champ utile de la lentille; il est vrai qu'alors on diminue la perfection de l'achromatisme; mais on pourra la retrouver en accentuant les courbures, ce qui d'ailleurs augmentera un peu l'aberration de sphéricité et obligera à diminuer l'ouverture du diaphragme.

C'est ainsi encore que l'emploi des verres nouveaux de Schott, d'Iéna, verres d'indice très faible et de pouvoir dispersif relativement

grand (1), en fournissant le moyen de corriger de façon beaucoup plus parfaite les diverses aberrations, et surtout l'aberration chromatique et l'astigmatisme, a permis de construire des objectifs d'ouverture beaucoup plus grande pour une même distance focale et par conséquent de clarté beaucoup plus grande que les objectifs connus jusqu'alors. Un brevet du 24 mai 1890 (2) signale, au sujet de ces verres d'Iéna, une particularité fort intéressante. Nous avons dit (§ 51) que, dans un système de lentilles accouplées, il fallait, pour qu'il fût convergent, que la lentille convergente fût faite avec le verre de moindre pouvoir dispersif; avec les matières ordinaires, le pouvoir dispersif croît avec l'indice, et il en résulte la nécessité que l'élément convergent soit formé du verre le moins réfringent. Or la condition la plus favorable à une bonne correction de l'astigmatisme, dans un objectif double, est que dans l'une des deux lentilles complexes la lentille convergente ait l'indice de réfraction le plus grand, et dans l'autre le plus petit. Dans les verres nouveaux, le pouvoir dispersif ne croît pas forcément avec l'indice, et l'on peut réaliser un système achromatique convergent dans lequel la lentille convergente possède le plus grand indice de réfraction. On a dit que, malheureusement, ces verres étaient assez altérables.

Enfin il faudra toujours, après le calcul, qui comporte, comme nous l'avons dit, une série de tâtonnements, avoir recours à l'expérience pour obtenir, par de nouveaux tâtonnements, et au moyen de retouches locales, les qualités désirées. On voit que la construction d'un type d'objectif représente un travail considérable en même temps que très délicat.

---

(1) Herschel semble avoir fait autrefois des recherches dans cette voie, car, dans son *Traité d'Optique,* il parle de l'emploi de lentilles liquides associées à des lentilles de verre, en indiquant comme avantage de ces lentilles liquides la faible valeur de l'indice de réfraction par rapport à celui des verres ayant le même pouvoir dispersif.

(2) Dr Paul Rudolph, à Iéna. (Voir *The British Journal of Photography,* n° du 11 juillet 1890.)

CHAPITRE V.

DIVERS TYPES D'OBJECTIFS.

Il est difficile d'établir une classification bien nette des divers objectifs de Photographie. La plus employée est celle qui distingue les objectifs aplanétiques et les non aplanétiques comme étant, les premiers rapides, les seconds plus ou moins lents. Elle laisse beaucoup à désirer, surtout maintenant, car dans un grand nombre de cas on sacrifie un peu, comme nous le verrons, l'aplanétisme suivant l'axe à la correction de l'astigmatisme, et beaucoup d'objectifs rapides ne sont pas rigoureusement aplanétiques alors que d'autres, dans lesquels cette condition est réalisée, ne peuvent être employés qu'avec de petits diaphragmes et par suite exigent des poses assez longues.

Nous avons préféré suivre l'ordre qui résulte en somme de la façon dont nous avons étudié le problème dans le Chapitre précédent; nous examinerons d'abord les objectifs dans lesquels il n'est employé qu'un seul système réfringent; puis ceux qui en comprennent deux jouant le même rôle, ceux où deux systèmes réfringents sont affectés à des rôles différents; ceux enfin qui sont formés de trois systèmes distincts.

I. — OBJECTIFS SIMPLES.

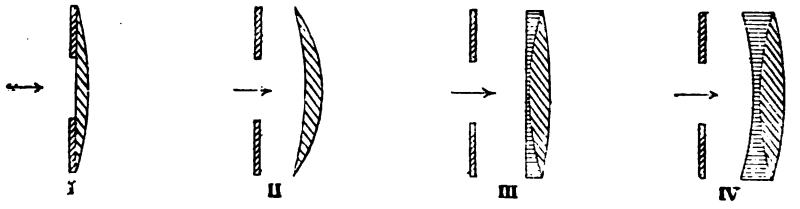
57. **Formes anciennes.** — L'objectif simple fut naturellement le premier employé; longtemps délaissé, il devient maintenant d'un usage beaucoup plus fréquent, faveur justifiée par les qualités qu'il possède et par les perfectionnements dont il a été l'objet.

Il était primitivement réduit à une lentille simple, d'abord plan convexe, tournant sa face plane vers la lumière et munie d'un diaphragme accolé à la face plane (*fig.* 34, 1), puis en forme de

ménisque convergent, tournant vers la lumière sa face concave et munie d'un diaphragme placé en avant à une distance égale à $\frac{1}{8}$ de la distance focale (*fig.* 34, II). Nous avons vu, en effet, que c'est la disposition la plus avantageuse au point de vue des aberrations de sphéricité.

Puis Ch. Chevalier construisit le premier objectif simple achromatique, formé d'une lentille biconvexe en crown accolée à une

Fig. 34.



lentille plan concave en flint, la face plane du flint formant la face d'incidence (*fig.* 34, III).

On revint ensuite à la forme ménisque, en donnant à la lentille de flint deux faces concaves. Le diaphragme était toujours placé en avant, à une distance $= \frac{f}{5}$ (*fig.* 34, IV).

Les objectifs simples à deux verres que l'on construit maintenant comprennent un ménisque convergent en crown, tournant vers la lumière sa face concave et accolé à un ménisque divergent en flint. Le diamètre des lentilles et la distance du diaphragme, qui est placé en avant, sont égaux entre eux et voisins de $\frac{f}{5}$ (*fig.* 35).

Avec un diaphragme de rayon $\frac{f}{60}$ (1), ces objectifs peuvent donner sur une glace plane des images nettes sur une surface dont le plus grand côté est $\frac{2}{3}f$, ce qui fait, pour l'angle du champ utile, 36°.

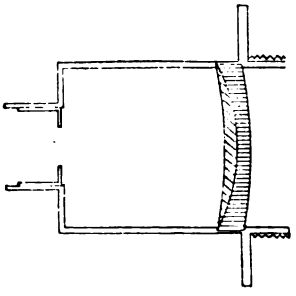
(1) Nous avons constamment considéré le *rayon* d'ouverture, au lieu du *diamètre*, comme on le fait généralement : c'est que, dans tous les calculs où intervient l'ouverture, c'est le rayon qui entre directement et non le diamètre.

Il en résulte que, dans tout ce qui va suivre, l'ouverture sera représentée par un nombre deux fois plus petit qu'elle ne l'est en général dans les Ouvrages de Photographie ou les catalogues d'objectifs.

Il est facile d'établir quels sont, d'une manière générale, les avantages et les défauts de l'objectif simple à deux verres en forme de ménisque.

D'abord la correction de l'aberration de sphéricité est forcément très imparfaite. En tournant vers la lumière la concavité du ménisque, on réduit beaucoup l'astigmatisme, qui était considérable quand on employait les dispositions précédentes ; mais c'est aux

Fig. 35.



dépens de l'aplanétisme suivant l'axe, qui exigerait que la lentille fût retournée ; de plus, la surface focale est assez courbe.

Il faut donc compter beaucoup sur le diaphragme, qui devra être très petit pour que les images soient nettes même au centre. Elles seront alors très fines, grâce à la simplicité de la combinaison, et la surface couverte très grande, grâce à la profondeur de foyer, qui sera considérable.

La clarté sera évidemment mauvaise, dans ces conditions ; mais l'image sera brillante, parce que les rayons, ne traversant qu'un seul système, et sous une incidence presque normale, subiront peu de pertes par réflexion ou par absorption ; parce que, pour les mêmes raisons, il n'arrivera à l'image que peu de lumière qui ait éprouvé à la fois des réfractions et des réflexions et qu'il sera, par conséquent, facile d'éviter complètement la tache centrale (¹) ; parce qu'enfin les premiers plans seront, par rapport aux derniers, proportionnellement mieux éclairés que dans un objectif double. Ceci tient à la position même du diaphragme.

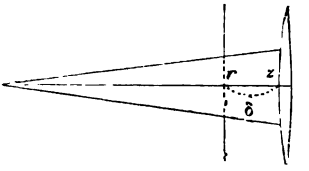
(¹) *Voir* la note de la p. 87.

Dans l'objectif simple, il est en avant, et les faisceaux lumineux qu'il laisse pénétrer ont un angle d'ouverture qui ne dépend que de la distance du point d'où ils émanent; dans l'objectif double, il est derrière un premier système convergent qui, en modifiant l'angle d'ouverture des faisceaux, permet à un diaphragme de même diamètre de laisser passer une plus grande quantité de lumière; c'est un avantage, mais un avantage qui s'atténue quand le point lumineux se rapproche, si bien que, dans l'objectif double, les images des points éloignés sont plus éclairées que celles des points voisins, ce qui n'a pas lieu dans l'objectif simple (¹).

(¹) On a quelquefois énoncé ceci sous une forme qui n'est pas absolument juste, en disant que dans le second cas l'objectif simple admet plus de lumière que l'autre. Soit un diaphragme de rayon r placé d'abord en avant d'un objectif simple, à une distance δ, puis dans un objectif composé, derrière une première combinaison de distance focale φ, à une distance $\delta' = -\delta$.

Soit un point placé sur l'axe, à une distance p_1 : dans le premier cas (*fig.* 36),

Fig. 36.

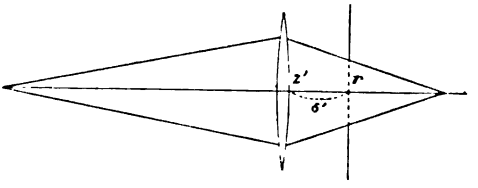


le rayon z du cercle, suivant lequel le faisceau incident rencontre l'objectif, est donné par

$$z = r\frac{p_1}{p_1 - \delta} = r\frac{1}{1 - \frac{\delta}{p_1}},$$

dans le second cas (*fig.* 37), par

Fig. 37.



$$z' = r\frac{-p_2'}{-p_2' + \delta'} = r\frac{1}{1 - \frac{\delta'}{p_2'}} = r\frac{1}{1 - \delta'\left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{\varphi}\right)} = r\frac{1}{1 - \frac{\delta'}{p_1} + \frac{\delta'}{\varphi}}.$$

La distorsion, enfin, sera assez forte, surtout si l'on veut utiliser un champ un peu grand; on ne peut pas la détruire; et il faudrait, pour la diminuer, rapprocher le diaphragme, ce qui, en modifiant l'angle des rayons incidents avec les surfaces, augmenterait l'astigmatisme et détruirait l'achromatisme des rayons obliques.

En somme, l'objectif simple, sous cette forme, ne peut convenir ni à la Photographie instantanée, à cause de son peu de clarté, ni aux reproductions, à cause de sa distorsion; mais il convient très bien au paysage où la distorsion n'est pas un inconvénient bien grave, où la pose peut être longue, et où la finesse et le brillant de l'image sont des qualités extrêmement précieuses.

58. **Formes nouvelles.** — M. Dallmeyer est parvenu, par l'emploi de trois verres au lieu de deux, à faire à peu près disparaître les défauts de l'objectif simple, sans rien lui enlever de ses qualités.

On peut alors, en effet, corriger les aberrations de manière beaucoup plus parfaite, ce qui permet : premièrement, en accentuant les courbures, d'augmenter le champ et, par un rapprochement du diaphragme, de diminuer de beaucoup la distorsion; secondement, d'augmenter considérablement l'ouverture et par suite la clarté.

Il a ainsi construit successivement deux types nouveaux; dans

---

Les quantités de lumière admise sont entre elles comme

$$\frac{z^2}{z'^2} = \left(\frac{1 - \frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{p_1}}{1 - \frac{\delta}{p_1}} \right)^2.$$

Pour $p_1 = \infty$

$$\frac{z^2}{z'^2} = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi}\right)^2.$$

Quand p_1, supposé fini, diminue, $\frac{\delta}{p_1}$ augmente, le numérateur de la fraction augmente, tandis que le dénominateur diminue; donc, à mesure que le point se rapproche, la quantité de lumière admise croît pour l'objectif simple et décroît pour l'objectif composé. Le désavantage du premier sur le second diminue, mais il ne disparaîtrait complètement que si

$$p_1 = 2\varphi,$$

et pour que l'objectif simple admît plus de lumière que l'autre, il faudrait que

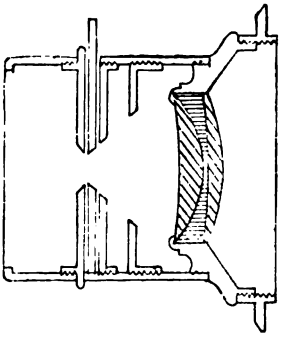
$$p_1 < 2\varphi.$$

l'un on a surtout cherché l'accroissement du champ; dans l'autre, l'accroissement de la clarté.

Le premier est l'*Objectif simple grand angulaire* (1854).

Il est formé (*fig.* 38) de deux ménisques convergents en crown

Fig. 38.



comprenant entre eux un ménisque divergent en flint.

Nous reproduisons (1) ici les dimensions, en millimètres, d'un de ces objectifs, de foyer $= 100^{mm}$.

Rayons de courbure.....	$R_1 = +60,43$, $R_2 = +17,27$, $R_3 = +48,13$, $R_4 = +25,61$.
Indices de réfraction.....	$n' = 1,521$, $n'' = 1,581$, $n''' = 1,514$.
Rayon d'ouverture des lentilles.	$y = 11,51$.
Distance focale..... ...	$f' = 100$.
Rapports des distances focales élémentaires.....	$\frac{f'}{f''} = -0,706$, $\frac{f''}{f'''} = -0,645$.

(1) Dans la figure qui représente la coupe de cet objectif, *comme d'ailleurs dans toutes celles du livre,* la lumière est supposée venir de la gauche; le sens positif est donc vers la gauche.

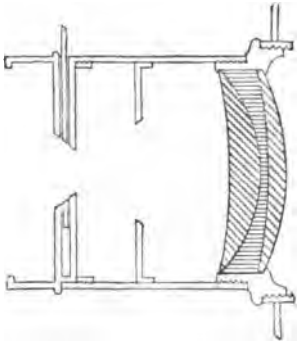
Le rayon R_1 est celui de la première surface rencontrée par la lumière; l'indice n' et l'épaisseur e' appartiennent à la première lentille.

Le diaphragme est placé en avant, à une distance égale au rayon d'ouverture des lentilles (au lieu d'être à une distance égale au diamètre, comme dans le type précédent).

L'angle de champ peut atteindre 92°; la distorsion est légère et n'est sensible que sur les bords de l'image, quand on utilise le champ tout entier (1).

Le second est l'*Objectif grand angulaire pour vues,* « *Wide Angle Landscape* » (1886), généralement désigné par le nom de Landscape. Il est constitué de la même manière que le précédent, c'est-à-dire par un ménisque de flint compris entre deux ménisques de crown (*fig.* 39). Mais, en sacrifiant un peu du champ, on a pu

Fig. 39.



diminuer les courbures et par suite augmenter l'ouverture; on aura donc un champ moins grand (il n'est plus guère que de 50°) mais une clarté bien supérieure : elle est deux fois plus grande.

Voici les dimensions d'un de ces objectifs, dimensions dont nous devons communication à l'obligeance de M. Dallmeyer (2) :

		mm
Rayons de courbure.....	$R_1 =$	+ 108,89,
	$R_2 =$	+ 30,48,
	$R_3 =$	+ 95,35,
	$R_4 =$	+ 45,719.

(1) FABRE, *Traité encyclopédique de Photographie,* t. I, p. 70.

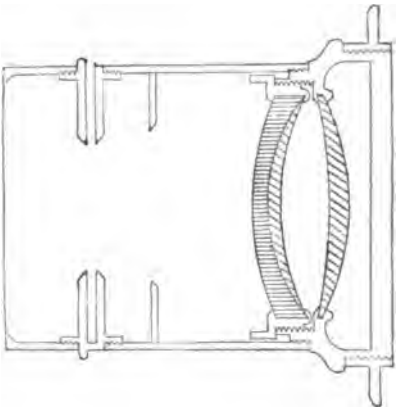
(2) On trouvera d'autre part (§ 21) le calcul des éléments optiques de cet important objectif.

		mm
Épaisseurs suivant l'axe.....	$e' = 5,84,$	
	$e'' = 1,27,$	
	$e''' = 3,84.$	
Indices de réfraction..... (Raie D).	$n' = 1,51458,$	
	$n'' = 1,574013.$	
	$n''' = 1,517116.$	
Rayon d'ouverture des lentilles.	$y = 20,32.$	
Distance focale.....	$f = 177.$	
Points nodaux.....	$z_1 = -13,59,$	
	$z_2 = -6,91.$	

Le plus petit diaphragme a comme diamètre $\frac{f}{115,8}$, le plus grand $\frac{f}{23,6}$, ce qui permet d'utiliser l'objectif pour des vues instantanées.

Plus récemment encore, M. Dallmeyer a imaginé un nouveau type, qui n'appartient plus complètement aux objectifs simples,

Fig. 40.



puisqu'il est en somme formé de deux systèmes optiques; il s'y rattache par la disposition du diaphragme, qui est placé en avant. C'est l'*Objectif rectilinéaire pour vues* (*fig.* 40).

Par la séparation du troisième verre, on a pu faire disparaître complètement la distorsion.

Le premier système optique est un ménisque combiné convergent, formé d'un ménisque divergent en flint tournant sa face convexe vers la lumière et collé à un ménisque convergent en crown. Le second système est un ménisque convergent en crown, tournant sa face concave vers l'objet. Il est monté sur le même barillet que la lentille combinée, mais il en est séparé par une couche d'air.

Le diaphragme est placé en avant, à une distance un peu supérieure au diamètre des lentilles; le rayon maximum d'ouverture est $\frac{r}{28}$; l'angle de champ peut dépasser 50°.

Comme clarté et comme angle de champ, il est donc intermédiaire entre les deux précédents; la séparation de la troisième lentille ne semble pas altérer, comme on pouvait le craindre, le brillant de l'image. Il a sur les précédents l'avantage que la distorsion est complètement détruite; au point que l'instrument peut être employé pour la reproduction des cartes. Enfin il donne des images très nettes et très fines, même sur les bords, étant très bien corrigé de l'astigmatisme.

Les qualités distinctives de l'objectif simple, qualités provenant de sa simplicité même, étaient la finesse et le brillant des images; ses défauts venaient du rôle trop important donné au diaphragme: c'étaient le manque de clarté et la distorsion. Nous venons de voir que des perfectionnements nouveaux ont fait disparaître ces défauts de façon à peu près complète au point que l'objectif simple peut être utilisé pour des vues instantanées et pour des reproductions de cartes.

Dans ces conditions, il est devenu un excellent instrument.

II. — OBJECTIFS A DEUX LENTILLES SYMÉTRIQUES.

59. Objectifs symétriques rapides. — La solution la plus générale du problème de l'objectif, celle qui satisfait le mieux, d'une façon moyenne, aux diverses conditions qu'il comporte, est celle qui consiste à associer deux systèmes optiques identiques et symétriquement disposés, et à placer le diaphragme dans le plan de symétrie.

On y trouve tout d'abord cet avantage que la distorsion est complètement supprimée, puisque chaque faisceau traverse dans les deux systèmes des portions exactement symétriques et par suite subit, le diaphragme étant placé à la même distance, mais en arrière pour le premier système et en avant pour le second, des effets de distorsion exactement égaux et contraires. En même temps, et pour la même raison, disparaîtront certains défauts dus à un mauvais calcul des épaisseurs et qui donnent quelquefois dans l'objectif simple, sur les bords de l'image, des effets d'épaississement de lignes ou de dispersion.

Toujours grâce à la symétrie, nous pourrons obtenir que dans les taches formées par l'intersection, avec la glace sensible, des caustiques que donnent les faisceaux obliques, le maximum d'éclairement soit toujours ramené au centre, ce qui a une grande importance au point de vue des déformations de l'image sur les bords.

Enfin, la convergence des faisceaux réfractés étant en somme obtenue en deux fois, nous pourrons réaliser avec des verres légers et des courbures pas trop accentuées des objectifs de foyer assez court.

Chacun des deux systèmes est formé d'un ménisque, constitué par deux lentilles accolées, convergent, achromatique, et tournant sa face convexe vers l'extérieur. La condition d'achromatisme et celle de distance focale propre à chaque ménisque ne donnent que deux équations; comme nous disposons de trois rayons de courbure et de la distance des deux ménisques, comme nous pouvons en outre disposer de verres assez variés, nous pourrons chercher à obtenir l'aplanétisme, la correction de l'astigmatisme jusqu'à une certaine distance de l'axe, et la planité de la surface focale.

Dans beaucoup d'objectifs symétriques, on sacrifie un peu l'aplanétisme suivant l'axe à la correction de l'astigmatisme, qui peut être alors très bien réalisée, car les rayons ne rencontrant jamais les surfaces sous une grande obliquité, ce défaut ne sera pas très prononcé.

Les conditions les plus favorables seront obtenues en amenant les points nodaux du système à se confondre entre eux, ce qui est

toujours possible avec l'emploi de deux systèmes symétriques. (*Voir* § 152).

Le diaphragme pourra être très grand, mais il en faudra toujours un, ne fût-ce que pour arrêter les faisceaux qui seraient en partie interceptés par la monture; la correction des aberrations de sphéricité n'est d'ailleurs pas absolument complète.

A mesure que nous diminuerons le diamètre du diaphragme, nous augmenterons la profondeur du foyer et la profondeur du champ, en même temps que la netteté des images, dont la finesse, cependant, à cause des résidus d'aberration, n'atteindrait celle donnée par l'objectif simple que par une diminution excessive de l'ouverture.

Les rayons étant peu obliques aux surfaces et celles-ci assez peu nombreuses, il y aura peu de pertes par réflexion. Il sera d'ailleurs facile d'éviter l'existence d'une tache centrale en donnant aux faces extrêmes de l'objectif une courbure suffisante (1).

Enfin, les deux lentilles étant placées aux deux extrémités d'une monture cylindrique, qui, dans la forme normale, présente une certaine longueur, les faisceaux, dans la traversée de cette monture, sont forcément assez peu obliques par rapport à l'axe; il en résulte que dans ces faisceaux, limités par le contour du diaphragme, la section droite et par conséquent la quantité de lumière admise varient peu, de sorte que l'éclairement de la surface focale sera uniforme.

Mais ce fait même, que la forme normale n'admet le passage que de faisceaux peu obliques, entraîne une conséquence fâcheuse : les faisceaux incidents les plus écartés, bien que plus obliques par rapport à l'axe qu'ils ne le seront dans la monture, c'est-à-dire après une première réfraction, ne pourront pas encore l'être beaucoup, et par suite l'angle de champ sera assez restreint.

Notons que chacune des lentilles qui constituent l'objectif symétrique peut être employée seule et servir d'objectif simple : la distance focale est environ double de celle de l'objectif complet.

Elle est d'ailleurs essayée isolément, pendant la construction, au point de vue de l'achromatisme; on l'associe pour cela à un jeu

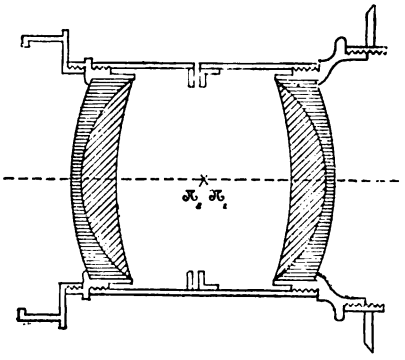
(1) *Voir* la note de la page 87.

d'oculaires et l'on vise un objet à l'infini : il faut que l'image soit seulement entourée d'une très légère auréole rose quand, après avoir mis au point, on enfonce un peu l'oculaire : si cette auréole est bleue, on augmente un peu la courbure de la face extérieure de la lentille divergente ; si elle est rouge, on diminue cette courbure.

Les deux types les plus caractéristiques d'objectifs symétriques de forme normale, et probablement les premiers en date, sont le *Rectilinéaire rapide* de Dallmeyer (1866) et l'*Aplanat* du Dr Steinheil (1866).

Dans le Rectilinéaire rapide, chacun des deux systèmes est constitué par un ménisque convergent en crown, dont la face concave présente une faible courbure, et un ménisque divergent en flint.

Fig. 41.



Les éléments de cet objectif (*fig.* 41) sont contenus dans le Tableau suivant.

Rayons de courbure.....	$R_1 = -R_6 = -57,149$, $R_2 = -R_5 = -25,40$, $R_3 = -R_4 = -74,852$.
Épaisseurs suivant l'axe.....	$e' = e''' = 2,032$, $e'' = e''' = 6,133$.
Écartement suivant l'axe.....	$e_1 = 37,591$.
Indices de réfraction..... (raie D)	$n' = n''' = 1,574013$, $n'' = n''' = 1,541022$.

Rayon d'ouverture des lentilles.	de flint...	20,32,
	de crown.	19,09.
Distance focale.....	$f' = 290.$	
Position des points nodaux.....	$z_1 = -z_2 = -27.$	

Les points nodaux sont confondus au centre de l'objectif (¹).

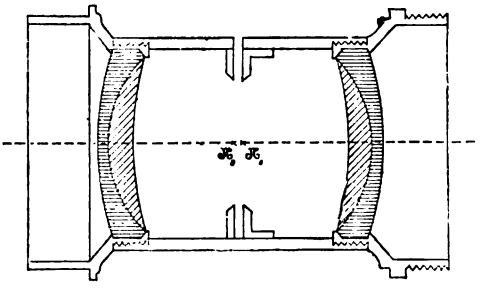
Le rayon du plus grand diaphragme est, dans les petits objectifs, $\frac{f'}{14}$; dans les plus grands, $\frac{f'}{17,88}$.

Le champ ne dépasse guère 40°.

L'*Aplanat* est moins répandu en France que le précédent. Au lieu d'associer dans chaque ménisque le crown et le flint, on emploie le flint lourd et le flint léger : dans ces conditions, le champ est plus grand; mais il faut, pour l'achromatisme, accentuer les courbures, ce qui exige une réduction de l'ouverture, les aberrations de sphéricité se trouvant augmentées; de plus, l'emploi de verres lourds augmente l'absorption de lumière. On gagne donc du côté du champ, mais on perd du côté de la rapidité.

Le Dr Steinheil a ainsi établi deux objectifs, l'un plus rapide et

Fig. 42.



de champ moins grand, l'autre moins rapide et de champ plus grand, destiné aux paysages; ce dernier s'écartant du type moyen.

Nous donnons ici les dimensions d'un aplanat ordinaire, de distance focale = 240mm (*fig.* 42).

(¹) *Voir* § 23 et § 25 le calcul des éléments optiques de cet objectif, dont M. Dallmeyer a bien voulu nous communiquer les dimensions.

Rayons de courbure.... $\begin{cases} R_1 = -R_6 = -62,84, \\ R_2 = -R_5 = -26,236, \\ R_3 = -R_4 = -91,411. \end{cases}$

Épaisseurs suivant l'axe. $\begin{cases} e' = e''' = 2,5, \\ e'' = e'''' = 4,7. \end{cases}$

Écartement suivant l'axe $e_1 = 43.$

Indices de réfraction.... $\begin{cases} n' = n''' = 1,61912 \text{ (flint lourd)}, \\ n'' = n'''' = 1,58027 \text{ (flint léger)}. \end{cases}$

Rayon d'ouverture des lentilles..... $y = 19,25,$

Distance focale..... $f = 240,$

Position des points nodaux..... $z_1 = -z_2 = -29,32.$

Les points nodaux sont sensiblement confondus au centre de l'objectif (1).

Surface couverte..... $\begin{cases} \text{Diaphragme moyen....} & 150 \times 120, \\ \text{» minimum.} & 270 \times 210. \end{cases}$

Le champ, avec le diaphragme minimum, est donc de 57° environ (2).

Un très grand nombre de constructeurs ont établi sur ce type moyen des objectifs se rapprochant davantage soit de l'*Aplanat*, du Dr Steinheil, soit du *Rectilinéaire rapide*, de M. Dallmeyer, suivant qu'ils ont voulu faire prédominer la grandeur de l'angle de champ ou la clarté. Ils sont désignés par des noms assez variés :

Objectifs aplanétiques rapides et objectifs aplanétiques extra-rapides (Berthiot);
Rectilinéaires rapides (Français);
Aplanétiques rapides (Hermagis);
Objectifs rectilignes extra-rapides (Prazmowski),
Symétriques, Symétriques rapides (Ross);
Euryscopes (Voigtländer), etc.

Les Euryscopes ordinaires de Voigtländer paraissent être ceux

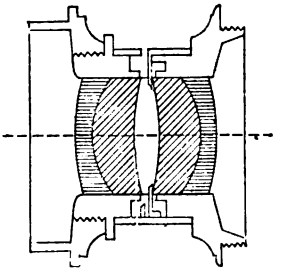
(1) On peut remarquer que les deux surfaces de séparation dans les lentilles combinées font exactement partie d'une même sphère.
(2) Fabre, *Traité encyclopédique de Photographie*, t. I, p. 113.

qui présentent la plus grande ouverture; elle peut atteindre $\frac{f}{11}$. Dans ces dernières années, le même opticien a construit avec les verres de Schott, dont nous avons déjà parlé, de nouveaux euryscopes dont la puissance lumineuse serait, à netteté égale, presque deux fois plus grande (1).

Les objectifs symétriques de type ordinaire sont ceux qui se prêtent le mieux à la variété des opérations photographiques. C'est l'un d'eux qu'il faudra se procurer si l'on ne doit avoir qu'un seul instrument (2).

60. **Objectifs symétriques à grand angle.** — Si l'on veut obtenir, avec les objectifs symétriques, un grand angle de champ, on rapprochera les deux lentilles et l'on forcera leurs courbures;

Fig. 43.



alors les aberrations de sphéricité prendront une valeur beaucoup plus grande, et il faudra diminuer beaucoup l'ouverture; d'où une grande diminution dans la clarté de l'image.

---

(1) *Voir* Fabre, *Traité encyclopédique de Photographie*, t. I, p. 126, et *Aide-Mémoire de Photographie pour* 1889, p. 85.

(2) On conçoit que nous ne puissions ici indiquer une préférence pour tel ou tel modèle, pour telle ou telle marque. Nous ferons seulement observer que des différences de prix, en apparence considérables, pourront souvent se justifier par une plus grande perfection dans le travail des verres, en particulier pour ce qui concerne les retouches locales. A ce point de vue, nous déconseillons absolument les « copies d'objectifs ».

D'autre part, il ne faudra pas toujours accepter, comme valeur de l'ouverture maxima des objectifs, la valeur donnée par les catalogues ou même celle que donnerait le calcul d'après le diamètre du plus grand diaphragme; car celui-ci n'est très souvent absolument pas utilisable. Nous avons été forcé ici, dans beaucoup de cas, de nous en rapporter aux indications des catalogues.

On conçoit qu'il n'y ait pas de différence très tranchée entre cette série d'objectifs et la précédente. On peut, évidemment, passer de l'une à l'autre par une déformation progressive du type rapide, et nous trouvons d'abord, comme servant de transition, l'*Aplanat pour paysages,* du Dr Steinheil (*fig.* 43), dont nous donnons ici les dimensions pour une distance focale de 240mm, c'est-à-dire égale à celle de l'*Aplanat ordinaire,* du même auteur, dont nous avons fait la description.

Rayons de courbure.....	$R_1 = -R_6 = -45{,}730$, $R_2 = -R_5 = -20{,}100$, $R_3 = -R_4 = -56{,}272$. (mm)
Épaisseurs suivant l'axe...	$e' = e''' = 2{,}24$, $e'' = e'''' = 8{,}7$.
Écartement suivant l'axe..	$e_1 = 5{,}61$.
Indices de réfraction.....	$n' = n''' = 1{,}61588$ (flint lourd). $n'' = n'''' = 1{,}58027$ (flint léger).
Rayon d'ouvre des lentilles.	$y = 11{,}5$.
Distance focale.....	$f' = 240$.
Surface couverte.....	diaphragme moyen... 175×138, — minimum 280×200 [1].

Le champ de cet objectif, avec le diaphragme minimum, est donc de 61°.

Le rayon du plus grand diaphragme est $\frac{f}{26}$ environ.

La modification s'accentue dans l'*Aplanat grand angulaire pour vues* du Dr Steinheil (*fig.* 44), dont l'angle de champ atteint 80° et dont les dimensions, toujours pour une distance focale de 240mm, sont les suivantes :

Rayons de courbure.....	$R_1 = -R_6 = -34{,}76$, $R_2 = -R_5 = -15{,}64$, $R_3 = -R_4 = -41{,}418$. (mm)

(1) Fabre, *Traite encyclopédique de Photographie,* t. I, p. 115.

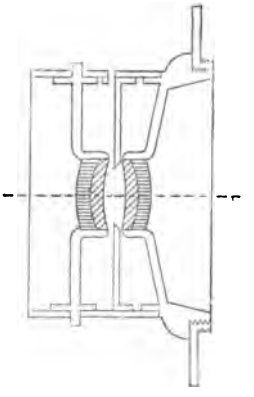
Épaisseurs suivant l'axe...	$\begin{cases} e' = e''' = 2,9, \\ e'' = e'''' = 2. \end{cases}$
Écartement suivant l'axe...	$e_1 = 4.$
Indices de réfraction.. ...	$\begin{cases} n' = n''' = 1,61317 \text{ (flint lourd)}, \\ n'' = n'''' = 1,57762 \text{ (flint léger)}. \end{cases}$
Rayon d'ouv^re des lentilles.	$y = 6,75.$
Distance focale.....	$f' = 240$ (1).

Le rayon du plus grand diaphragme est $\frac{f'}{40}$, celui du plus petit, $\frac{f'}{120}$ (2).

Viennent ensuite, rangés dans un ordre tel que l'angle de champ aille en croissant :

Le *Symétrique portatif à grand angle* de Ross, dont le plus

Fig. 44.



grand et le plus petit diaphragme ont respectivement pour rayons $\frac{f'}{32}$ et $\frac{f'}{128}$, et dont l'angle de champ, pour une distance focale de 230^mm, et avec le plus petit diaphragme, est de 65° environ.

---

(1) *Voir* FABRE, *Traité encyclopédique de Photographie*, t. I, p. 92.

(2) Les trois aplanats de Steinheil dont nous avons donné les dimensions, ainsi que celui dont nous parlerons plus loin, ont la même distance focale; nous avons, pour rendre la comparaison plus facile, dessiné les quatre figures à la même échelle, soit aux $\frac{2}{3}$ de la vraie grandeur.

L'*Euryscope* de Voigtländer, construit avec les verres de Schott, très bien corrigé au point de vue des aberrations, et qui, avec le plus petit diagramme, pour une distance focale de 235^{mm} possède un champ d'environ 68°.

Les *Objectifs grands angulaires* de M. A. Martin, qui donnent à peu près le même champ, pour une distance focale de 200^{mm}, avec une ouverture de rayon $\frac{f}{80}$; les corrections y sont très bien faites et ils peuvent être utilisés avec une ouverture beaucoup plus grande (1).

Le *Panoramique* de Prazmowski, dont, pour une distance focale de 220^{mm}, l'angle de champ, avec le plus petit diaphragme, atteint plus de 70°; il est moins rapide que le précédent. Avec cet objectif, qui est d'ailleurs un excellent instrument, il est indispensable que la glace sensible soit placée dans une position rigoureusement verticale, sous peine de déformations très sensibles.

Puis, deux objectifs à très grand angle, le *Pantoscope* de Busch, dans lequel l'aberration sphérique, assez considérable, ne permet pas d'employer de diaphragmes ayant plus de $\frac{f}{60}$, mais qui, avec un diaphragme de $\frac{f}{100}$, donne des images de netteté très satisfaisante dans un champ dont l'angle, pour une distance focale de 242^{mm}, dépasse 100°; et le *Périgraphique* de Berthiot, de construction récente, donnant à peu près le même champ, mais avec une intensité lumineuse très supérieure, car la correction beaucoup plus parfaite des aberrations permet l'emploi de diaphragmes environ deux fois plus grands de rayon (2).

Dans les objectifs à grand angle, il arrive souvent que l'éclairement de la surface focale diminue sur les bords, ce qui présente un inconvénient grave, au point de vue des reproductions par exemple. Pour obtenir l'uniformité d'éclairement, le Dr Steinheil

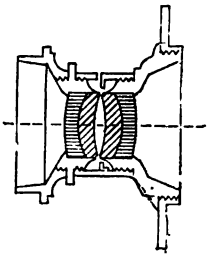
---

(1) Fabre, *Aide-Mémoire pour* 1888, p. 98. In-18 (Paris, Gauthier-Villars et fils). — Nous regrettons de n'avoir pu connaître assez tôt pour les indiquer ici les éléments de l'objectif, calculé par M. A. Martin, qui a obtenu tout récemment le prix du concours institué par la Société Française de Photographie.

(2) *Voir* Fabre, *Aide-Mémoire pour* 1889, p. 88.

a modifié son Aplanat pour vues et a construit l'*Aplanat grand angulaire pour reproductions* (*fig.* 45), dont le champ est

Fig. 45.



d'ailleurs très notablement moins grand. Nous donnons les dimensions d'un de ces objectifs pour une distance focale de 240^{mm}.

	mm
Rayons de courbure.....	$R_1 = -R_6 = -33,437$, $R_2 = -R_5 = -14,934$, $R_3 = -R_4 = -39,001$.
Épaisseurs suivant l'axe...	$e' = e''' = 2,77$, $e'' = e'' = 3,64$.
Écartement suivant l'axe..	$e_1 = 1,73$.
Indices de réfraction.....	$n' = n''' = 1,61588$ (flint lourd), $n'' = n'' = 1,58027$ (flint léger).
Rayon d'ouv^re des lentilles.	$y = 6,5$.
Distance focale.....	$f = 240$ (1).

Le rayon d'ouverture du plus grand diaphragme est d'environ $\frac{f}{32}$.

Nous citerons encore, comme solution particulière, un objectif construit avec les verres de Schott, l'*Anastigmat* de Hartnack, dans lequel les deux lentilles symétriques peuvent s'écarter ou se rapprocher, de manière à faire varier l'angle de champ de 65° à 90°.

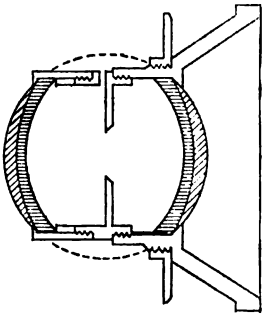
Enfin nous parlerons de quelques formes abandonnées d'objec-

(1) FABRE, *Traité encyclopédique de Photographie*, t. I, p. 93.

tifs symétriques à grand angle qui présentent des particularités intéressantes.

Dans le *Globe-lens* (*fig.* 46) de Harrisson et Schnitzer, les deux lentilles symétriques, ayant leur crown à l'extérieur, sont

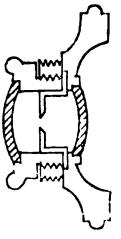
Fig. 46.



placées à une distance telle que les surfaces extrêmes fassent partie d'une même sphère. Cet objectif, mal corrigé de l'aberration sphérique, ne peut servir qu'avec de très petits diaphragmes. Il donne une tache centrale. Modifié et corrigé, il a formé un instrument très bon et très répandu, l'*Hémisphérique* de Darlot.

Dans le *Périscope* de Steinheil (*fig.* 47), les deux lentilles

Fig. 47.

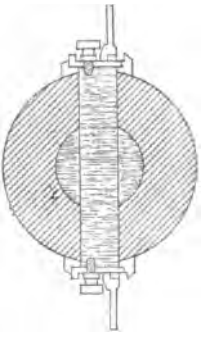


symétriques sont des lentilles simples en crown. Il n'est donc pas du tout achromatique et il faut déplacer la glace après la mise au point.

Dans le *Panoramique* de Sutton (*fig.* 48), deux masses de verre symétriques, à surfaces sphériques concentriques, sont séparées par une lame d'eau, et leur cavité est également pleine d'eau. L'image

doit être reçue sur une glace courbe; l'aberration de sphéricité est considérable et l'éclairement très peu uniforme. On employait deux

Fig. 48.



diaphragmes, symétriquement placés, et dont l'ouverture avait une forme elliptique, à grand axe horizontal.

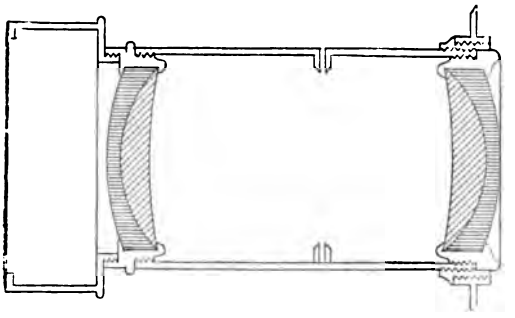
61. **Objectifs symétriques à portraits.** — En rapprochant les lentilles de l'objectif symétrique, et en forçant les courbures, nous avons pu augmenter considérablement le champ, aux dépens de l'intensité lumineuse de l'image. En les écartant et en diminuant les courbures, nous pourrons obtenir l'effet inverse, ce qui sera précieux pour les portraits, où il n'est pas nécessaire d'avoir un champ bien grand, mais où il faut une grande ouverture, la rapidité étant indispensable et la profondeur de champ peu essentielle.

C'est ainsi que sont construits les *Rectilinéaires rapides à portraits* de Dallmeyer (*fig.* 49), où le rayon du diaphragme maximum est $\frac{f}{7}$, et celui du diaphragme minimum $\frac{f}{28}$, avec un champ de 30° environ; il faut noter d'ailleurs que ces objectifs ne sont pas absolument symétriques : la courbure de la face de contact du flint et du crown, et surtout celle de la face libre du crown sont un peu plus accentuées dans la combinaison frontale que dans l'autre; la différence n'est cependant pas assez grande pour qu'on ne doive placer ces instruments dans la classe des objectifs symétriques, dont ils possèdent tous les autres caractères.

C'est encore ainsi que sont établis les *Euryscopes à portraits*

de Voigtländer, qui comprennent deux types, l'Euryscope à foyer normal, dont le rayon d'ouverture maximum est $\frac{f}{8}$, et l'Euryscope à long foyer, où il est $\frac{f}{9}$. Employés avec de plus petits diaphragmes, ces objectifs peuvent servir à des usages très variés, et leur champ de netteté peut alors atteindre, dans les premiers, avec une dis-

Fig. 49.



tance focale de 200^{mm}, un angle de 42°, et, dans les seconds, avec une distance focale de 216^{mm}, un angle de 45° environ.

Ces divers objectifs à portraits, ont, sur le type à trois lentilles que nous verrons plus loin, l'avantage de comporter moins de surfaces donnant lieu à des pertes de lumière par réflexion, et par suite de donner des images plus brillantes; ils ont aussi celui d'être complètement exempts de distorsion; mais ils ne peuvent pas atteindre tout à fait la même rapidité.

III. — OBJECTIFS A DEUX LENTILLES NON SYMÉTRIQUES.

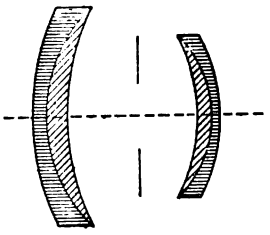
62. Objectifs formés de deux systèmes convergents. — Dans un certain nombre d'objectifs, soit encore en usage, soit plus ou moins abandonnés, on se sert de deux lentilles combinées, isolément achromatiques, mais non symétriques.

La distorsion ne sera pas alors complètement détruite, mais on pourra, en disposant les lentilles en sens inverse de part et d'autre du diaphragme, l'atténuer de telle sorte qu'elle ne soit plus guère sensible dans la partie utilisée du champ; et d'autre part, comme

on disposera d'un plus grand nombre de variables, puisque l'on aura six rayons de courbure différents, on pourra obtenir de façon plus parfaite l'aplanétisme suivant l'axe, la correction des aberrations pour les rayons obliques et la planité de la surface focale.

C'est ainsi que le *Rectilinéaire grand angle* de Dallmeyer

Fig. 50.



(*fig.* 50) permet d'avoir à la fois un champ considérable et une ouverture relativement grande.

Il se compose de deux ménisques isolément achromatiques, convergents et tournant leur concavité l'un vers l'autre; chacun d'eux est constitué par un ménisque divergent en flint et un ménisque convergent en crown.

Entre les rayons de courbure des faces en contact avec l'air existent les relations suivantes :

$$\frac{R_2}{R_1} = \frac{4}{3}, \qquad \frac{R_5}{R_4} = \frac{4}{3}, \qquad \frac{R_6}{R_1} = -\frac{7}{6}.$$

L'achromatisme est, dans chaque ménisque, réalisé par une valeur convenable du rayon de courbure de la face commune.

Le diamètre de la lentille antérieure est égal au rayon de courbure R_1 de sa face convexe; celui de la lentille postérieure en est à peu près les $\frac{3}{4}$.

La distance des lentilles suivant l'axe est $= \frac{f}{7}$; leurs distances focales propres φ et φ' sont dans le rapport de 5 à 4.

Le diaphragme est placé entre les deux, divisant leur intervalle dans le rapport de leurs distances focales, c'est-à-dire qu'il est placé au centre optique de l'objectif.

Son ouverture maxima, pour les numéros moyens, a comme

rayon $\frac{f}{30}$, l'ouverture minima $\frac{f}{84,8}$: avec ce dernier diaphragme, le champ atteint un angle de 76° (1).

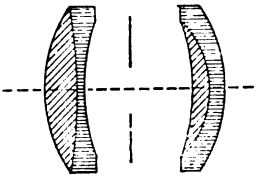
Il n'y a pas de distorsion sensible ; les petits objectifs de ce type sont particulièrement propres aux appareils stéréoscopiques.

Le Rectilinéaire grand angle est le premier objectif construit qui ait été exempt de tache centrale.

Chacune des deux lentilles composantes peut être employée seule en guise de lentille simple, ce qui permet d'obtenir trois combinaisons de distance focale différente.

Citons comme se rapprochant de ce type les *Doublets* de Th. Ross (*fig.* 51), composés de deux ménisques achromatiques

Fig. 51.



dissemblables, le ménisque antérieur formé d'une lentille biconvexe en crown placée en avant d'une lentille biconcave en flint ; le second, d'un ménisque convergent en crown et d'un ménisque divergent en flint. L'angle de champ et l'ouverture étaient à peu près les mêmes que dans le Rectilinéaire grand angle ; mais le Doublet était moins exempt de distorsion et moins bien corrigé des aberrations de sphéricité. Son constructeur l'a abandonné pour le Symétrique grand angle dont nous avons parlé.

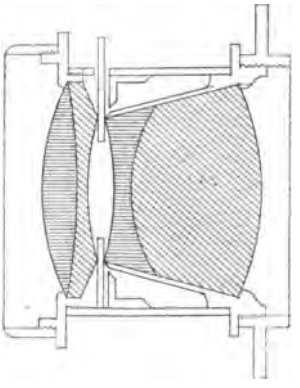
Les *Aplanats pour portraits* et les *Aplanats pour groupes* du Dr Steinheil se rapprochaient plus comme disposition du Rectilinéaire grand angle. Ils différaient des aplanats ordinaires par la non symétrie des deux ménisques et par l'emploi, au lieu de deux flints, d'un flint léger et d'un crown. Ils ont été remplacés par les Antiplanats.

---

(1) Fabre, *Traité encyclopédique de Photographie*, t. I, p. 86, et renseignements communiqués par M. Dallmeyer.

63. **Antiplanat pour groupes.** — L'*Antiplanat pour groupes* (*fig.* 52) du Dr Steinheil repose sur un principe tout différent: le rôle des deux lentilles qui le constituent est absolument distinct, la seconde étant destinée à corriger la première. Celle-ci est un ménisque convergent, formé d'une lentille biconvexe en flint léger et d'une lentille biconcave en crown. L'autre est un ménisque convergent aussi, mais de distance focale considérable, et dont

Fig. 52.



l'adjonction allonge un peu la distance focale de la première combinaison; elle comprend une lentille biconcave en flint et, en arrière, une lentille biconvexe en crown, très épaisse.

Les deux systèmes sont extrêmement rapprochés et comprennent entre eux le diaphragme; leurs faces en regard sont symétriques.

Ils possèdent tous deux des aberrations de sphéricité et de réfrangibilité considérables, mais en sens contraires, et la compensation se fait de manière très satisfaisante.

L'objectif est rapide; il a une grande profondeur de champ et donne des images d'une grande finesse. Seulement les épaisseurs jouent ici un rôle très important, en particulier pour la correction de la distorsion : de sorte que si l'axe principal n'est pas rigoureusement horizontal, les épaisseurs traversées par les rayons n'étant plus celles pour lesquelles le calcul a été fait, on aura dans l'image des déformations graves.

Les dimensions, pour une distance focale de 240^{mm}, sont les suivantes :

mm

Rayons de courbure... $R_1 = -64,1$, $R_2 = +287,2$, $R_3 = -R_4 = -98,4$, $R_5 = -34,44$, $R_6 = +72,14$.

Épaisseurs suivant l'axe. $e' = 4,92$, $e'' = 4,1$, $e''' = 3,28$, $e'''' = 24,6$.

Écartement suivant l'axe. $e_1 = 4,1$.

Indices de réfraction... $n' = n''' = 1,57710$ (flint léger), $n'' = n'''' = 1,51705$ (crown).

Rayon d'ouverture des lentilles..... $y = 21,5$.

Distance focale..... $f' = 240$.

Surface couverte. Diaphragme moyen... 158×108, — minimum 248×200 (1).

Le champ de netteté est donc, dans le premier cas, de 37° et, dans le second, de 53°.

Ainsi que nous l'avons dit (§ 56), la condition la plus favorable à la correction de l'astigmatisme, dans un objectif double, paraît être que dans l'une des deux combinaisons la lentille convergente soit faite du verre le plus réfringent, et, dans l'autre, du verre le moins réfringent.

Comme, d'autre part, dans une lentille achromatique convergente, l'élément convergent doit avoir le plus petit pouvoir dispersif, il en résulte, avec les verres ordinaires, où le pouvoir dispersif varie dans le même sens que l'indice, que cette condition ne peut être réalisée que par l'association d'un système divergent avec un système convergent, ou par celle de deux systèmes non isolément achromatiques : c'est, en somme, le principe de l'Antiplanat. D'après le brevet récent que nous avons signalé, il est possible, en se servant des verres nouveaux, d'obtenir le même résultat avec deux systèmes convergents et isolément achromatiques, ce qui est beaucoup plus avantageux.

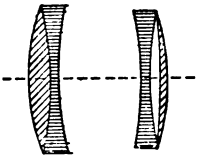
(1) Fabre, *Traité encyclopédique de Photographie*, t. I, p. 110.

IV. — OBJECTIFS A TROIS LENTILLES.

64. Objectifs formés de deux combinaisons. — Dans les objectifs à trois lentilles, nous trouvons d'abord un premier groupe d'instruments qui pourraient à bien des points de vue rentrer dans la classe précédente : ils en diffèrent en ce que, dans la combinaison postérieure, les lentilles sont distinctes; mais dans beaucoup de cas cette séparation n'est pas essentielle.

La transition se fait par un objectif maintenant abandonné, mais dont le principe, indiqué par Petzval, de Vienne, a été utilisé sou-

Fig. 53.



vent, en particulier par Petzval lui-même dans l'objectif à portraits. C'est l'*Orthoscopique* (*fig.* 53).

Il comprend un ménisque convergent, achromatique, mais non absolument aplanétique, tournant sa face convexe vers la lumière ; un second ménisque, formé de deux lentilles qui ne se touchent que par leur bord, et qui sont une lentille biconcave de flint et un ménisque convergent de crown, est destiné à corriger l'aberration sphérique de la combinaison antérieure et à aplanir la surface focale. Le diaphragme, du type *diaphragme-iris,* est placé entre les deux combinaisons.

L'objectif orthoscopique ne comportait pas une très grande ouverture et ne pouvait servir aux portraits; il avait une profondeur de champ assez considérable, mais n'était pas du tout exempt de distorsion.

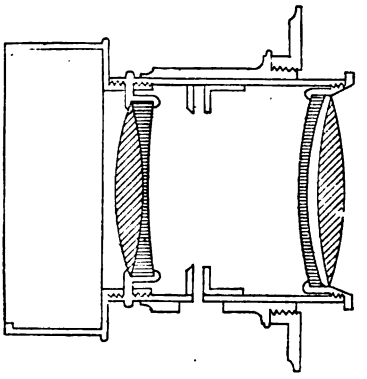
L'*Objectif double,* ou *Objectif à portraits* (*fig.* 54), a été calculé par Petzval et exécuté pour la première fois par Voigtländer, vers 1840. La qualité dominante recherchée pour cet instrument était la clarté.

Il se compose de deux combinaisons, dont l'une est formée de

deux lentilles non accolées; ces deux combinaisons sont convergentes, et isolément achromatiques et aplanétiques suivant l'axe.

La première comprend une lentille biconvexe en crown collée à une lentille biconcave en flint, dont la face postérieure présente une très faible courbure : la seconde, un ménisque divergent en flint et une lentille équiconvexe de crown; le ménisque divergent

Fig. 54.



tourne sa convexité vers la lumière, sa face concave n'a pas la même courbure que la face voisine du crown.

Suivant un principe dont nous avons déjà vu des applications, la combinaison postérieure est destinée à corriger l'autre; mais ici, la distance des deux lentilles qui la constituent intervient dans la correction, et l'une de ces deux lentilles a pour ainsi dire un rôle propre.

La lentille combinée placée à l'avant est achromatique et sensiblement aplanétique suivant l'axe; seule, elle donnerait une image nette des points situés au voisinage de l'axe, mais elle ne donnerait que de très mauvaises images des points un peu écartés, les aberrations de sphéricité et particulièrement l'astigmatisme étant considérables pour les rayons obliques à cause de l'orientation de la lentille qui tourne sa face convexe vers la lumière; nous rappelons qu'en effet cette disposition, essentielle pour obtenir l'aplanétisme suivant l'axe, est détestable au point de vue des rayons obliques.

La combinaison postérieure doit : en premier lieu, corriger la

légère aberration de sphéricité que l'on est souvent obligé, comme nous le verrons tout à l'heure, de laisser à la lentille antérieure; en second lieu, réduire l'astigmatisme au minimum; et, en troisième lieu, aplanir la surface focale en allongeant la distance focale pour les pinceaux obliques à l'axe, et sensiblement pour eux seuls.

Cette dernière correction est réservée à la lentille de flint de la combinaison postérieure, lentille qui, grâce à sa forme de ménisque divergent, se comporte, pour les pinceaux voisins de l'axe, comme une lame à faces sensiblement parallèles et de faible épaisseur et, pour les pinceaux obliques, comme un prisme d'angle et d'épaisseur croissants.

La lentille frontale étant par elle-même aussi parfaite que possible, il arrivera généralement que, associée à la combinaison postérieure, elle formera un système dont l'achromatisme ne sera pas absolu. On corrigera ce défaut en modifiant un peu la courbure de la face postérieure du flint dans la lentille frontale, mais cette correction altérera l'aplanétisme; c'est ici qu'intervient l'écartement des deux lentilles de la combinaison postérieure : en faisant varier cet écartement, on retrouve l'aplanétisme suivant l'axe.

Nous avions vu, à propos des objectifs symétriques, qu'un diaphragme était toujours nécessaire pour arrêter les faisceaux qui seraient sans cela partiellement interceptés par la monture et donneraient sur les bords de la surface focale des images mal éclairées. Voulant, dans l'objectif à portraits, avoir la plus grande ouverture possible, on a cherché à supprimer cette influence de la monture en augmentant le diamètre de la combinaison postérieure par rapport à celui de la lentille frontale; comme on ne peut pas accroître outre mesure ce diamètre sans trouver les bords de l'image altérés par les aberrations de sphéricité, on est cependant obligé d'avoir encore recours au diaphragme, mais dans une moindre mesure.

Dans ces conditions, à toute ouverture, c'est-à-dire en réalité avec un diaphragme de rayon très grand, on obtient des images nettes et extrêmement lumineuses sur une surface correspondant à un champ de 14° ou 15°; pour les rayons faisant avec l'axe un angle plus grand, les images sont mauvaises, l'astigmatisme étant réduit mais non détruit. En diminuant jusqu'à $\frac{f'}{20}$ le rayon du dia-

phragme, on augmente l'angle du champ de netteté jusqu'à 30°; pour $\frac{f}{50}$ on arrive à 50° : mais il est évident que le temps de pose augmente beaucoup.

La profondeur du champ est naturellement extrêmement faible, l'ouverture étant très grande. On ne pourra obtenir une certaine profondeur qu'en employant des objectifs de très court foyer et en les diaphragmant. D'autre part, la distorsion est assez notable; elle se fait bien sentir quand on rapproche trop le modèle de l'appareil.

L'objectif à portraits, sous la forme que nous venons de décrire, ne peut donc servir que pour le portrait, où l'on n'utilise pas en général les bords de la surface focale, où l'on n'a pas besoin d'une grande profondeur de champ, où la distorsion n'a pas grande importance si l'on ne cherche pas à obtenir un grossissement forcé, mais où il est essentiel d'avoir des images très lumineuses, les opérations devant se faire très rapidement et dans l'atelier.

Les objectifs de ce type sont construits par M. Dallmeyer sous le nom d'objectifs de la série B et de la série C, la seconde comprenant les objectifs les plus rapides. Ceux de la série B sont contruits sur les dimensions suivantes, rapportées à une distance focale de 100^{mm}.

Rayons de courbure		mm
	R_1	$= -\ 55{,}85$,
	R_2	$= +\ 37{,}01$,
	R_3	$= -\ 102{,}662$,
	R_4	$= -\ 130{,}30$,
	R_5	$= -\ 58{,}44$,
	$R_6 = -R_7$	$= -\ 101{,}95$.
Distance des deux combinaisons	e_1	$= 24{,}24$.
Rayons d'ouverture des lentilles. comb. antér.	y	$= 14{,}88$,
Rayons d'ouverture des lentilles. comb. postér.	y'	$= 17{,}58$.
Distance focale	f	$= 100$ [1].

Dans la série B, les rayons des diaphragmes maximum et mini-

[1] FABRE, *Traité encyclopédique de Photographie*, t. I, p. 96.

mum sont respectivement, pour une distance focale de 150^{mm},

$$\frac{f}{7,06} \quad \text{et} \quad \frac{f}{28,4}.$$

Dans la séric C, pour la même distance focale,

$$\frac{f}{4,9} \quad \text{et} \quad \frac{f}{19,6}.$$

La profondeur du champ de l'objectif double est tellement faible, lorsqu'on opère à toute ouverture et à une distance pas très grande, que les divers plans de la tête ne sont pas au point en même temps.

On a, pour parer à cet inconvénient, proposé plusieurs artifices : par exemple, de déterminer les deux positions à donner à l'objectif pour avoir nettement d'abord les parties de la tête les plus rapprochées de l'appareil, puis les plus éloignées, et, pendant la pose, de faire osciller l'objectif entre ces deux points extrêmes; il est évident que, pendant ce mouvement de l'objectif sur son axe, il se produit également une oscillation dans les dimensions de l'image.

Une bonne solution a été donnée par M. Dallmeyer, qui a disposé le flint de la combinaison postérieure de façon à pouvoir lui donner de légers déplacements. Dans la position normale du flint, l'aplanétisme est réalisé ; c'est dans ces conditions que l'on doit opérer la mise au point et exécuter les clichés destinés à l'agrandissement. En écartant le flint après la mise au point, pour un portrait ordinaire, on altère un peu l'aplanétisme et l'on obtient alors une image homogène, où la netteté n'est nulle part complète, mais qui est d'un aspect agréable (1).

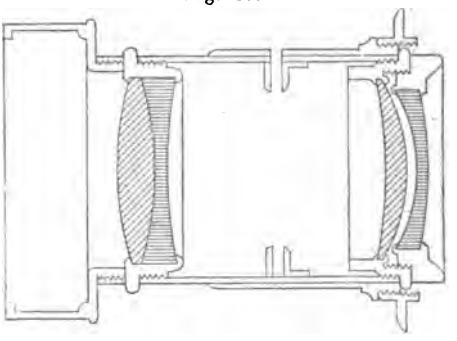
Pour rendre ce réglage possible, le ménisque de flint, au lieu d'être placé en avant du crown, est en arrière et, par suite, son orientation doit être changée; il tourne sa convexité vers la glace dépolie. La lentille de crown, au lieu d'être équiconvexe, est presque

(1) On peut remarquer que c'est un peu ce que l'on cherche dans l'objectif symétrique, où nous avons vu sacrifier à la netteté générale de l'image l'aplanétisme rigoureux suivant l'axe, c'est-à-dire la netteté absolue au centre : seulement, ici, ayant l'aplanétisme suivant l'axe, on le détruit pour ne pas avoir dans l'image des inégalités choquantes, mais on n'augmente pas d'autre part la netteté des bords; ce n'est plus, comme dans le premier cas, une *moyenne* que l'on établit.

plan convexe, tournant vers le diaphragme une face concave de très faible courbure (*fig.* 55).

C'est ainsi que sont construites trois séries d'objectifs, désignées par les lettres B, A, D : le temps de pose va en doublant, pour un même numéro, à mesure que l'on passe d'une série à l'autre, dans l'ordre où nous les avons placées. La série B ne comprend guère que des objectifs donnant des images de petites dimensions : la

Fig. 55.



série D, qui est la plus usitée, comprend surtout des instruments propres aux grandes dimensions.

Un grand nombre d'opticiens, aussi bien en France qu'à l'étranger, construisent l'objectif à portraits du type de Petzval en lui faisant subir de légères modifications.

Voigtländer lui-même a modifié plusieurs fois, en vue d'augmenter la profondeur du champ, les dimensions primitivement calçulées.

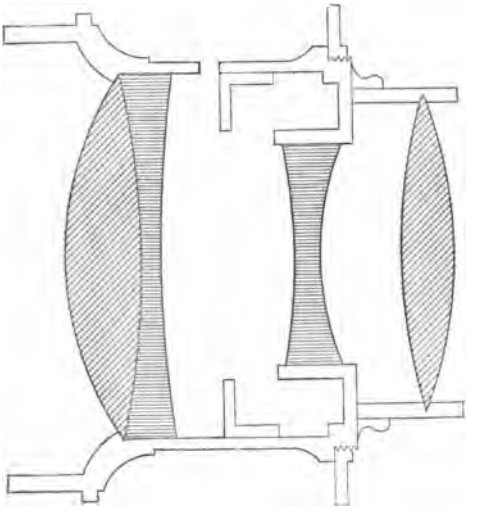
Nous avons vu d'autre part toute une série d'objectifs symétriques construits en vue des portraits, et c'est de ce côté que paraît se porter maintenant l'effort des opticiens.

C'est qu'en effet, ainsi que nous l'avons dit déjà, la disposition symétrique, en supprimant absolument la distorsion, permet d'avoir des objectifs qui, s'ils ont un peu moins d'ouverture que ceux dont nous venons de parler, ne sont pas du moins forcément réservés comme eux à un usage spécial, et, grâce à l'emploi de diaphragmes qui leur donnent de la profondeur de champ, peuvent être utilisés dans un grand nombre de cas. Cela constitue en leur faveur un gros avantage, d'autant plus que l'augmentation de sensibilité des préparations photographiques permet d'employer, avec une ouver-

ture moins grande, des temps de pose singulièrement moindres qu'en 1840.

Sur le même principe que l'Antiplanat pour groupes (*voir* § 63), le Dr Steinheil a, en 1881, établi l'*Antiplanat pour portraits* (*fig.* 56). La combinaison antérieure est formée d'une lentille biconvexe en crown accolée à une lentille biconcave en flint léger; la combinaison postérieure est divergente, les deux lentilles qui la

Fig. 56.



forment (l'une biconcave, en flint, l'autre biconvexe, en crown) sont assez fortement écartées. De plus, les lentilles de crown sont toutes deux très épaisses, de sorte que l'aspect général diffère notablement de celui de l'Antiplanat pour groupes.

Les dimensions, pour une distance focale de 240^{mm}, sont les suivantes :

		mm
Rayons de courbure.....	R_1	$= -\ 72{,}244,$
	R_2	$= +\ 240{,}81,$
	R_3	$= -\ 535{,}14,$
	R_4	$= +\ 140{,}93,$
	R_5	$= -\ 61{,}951,$
	R_6	$= -\ 109{,}83,$
	R_7	$= +\ 95{,}30.$

Épaisseurs suivant l'axe.....	$e' = 14,7$, $e'' = e''' = 5,35$. $e'''' = 10,7$.
Écartements suivant l'axe.....	$e_1 = 26,7$, $e_2 = 15,8$.
Indices de réfraction.....	$n' = n'''' = 1,51705$ (crown). $n'' = n''' = 1,57710$ (flint).
Rayons d'ouverture des lentilles dans la combinaison antérieure....	$y_1 = 38$.
Distance focale.....	$f = 240$.
Surface couverte.....	56×94 (1).

Le champ de netteté a donc comme angle 22°.

65. **Objectifs formés de trois combinaisons.** — Il n'existe qu'un seul type d'objectif comprenant trois lentilles combinées : c'est le *Triplet;* il est d'ailleurs peu employé maintenant.

Le but que se proposait Sutton, qui, le premier, en 1858, construisit de façon raisonnée cet instrument, était d'avoir un objectif donnant des images exemptes de déformation, en réalisant ces deux conditions, que la surface focale fût plane et que les axes secondaires de chaque point de l'objet eussent à l'incidence et à l'émergence des directions exactement parallèles. Il est clair, en effet, que si ces conditions sont réalisées, l'image ne sera pas déformée, puisqu'en somme les pinceaux obliques suivront la même loi de réfraction que les pinceaux voisins de l'axe.

Pour arriver à ce résultat, il interposait entre deux lentilles combinées, toutes deux convergentes, une lentille simple divergente chargée d'aplanir la surface focale, ainsi que nous l'avons vu dans l'objectif orthoscopique et dans l'objectif à portraits, et il donnait au système une forme symétrique, ce qui, nous le savons, supprime complètement la distorsion. C'est ainsi que fut établi l'objectif dit *Trio-symétrique.*

M. Dallmeyer, en 1860, modifia la forme indiquée par Sutton : il voulait, tout en conservant autant que possible les avantages

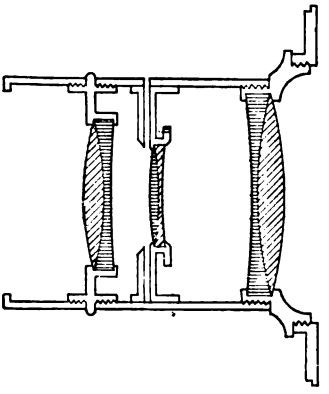
(1) Fabre, *Traité encyclopédique de Photographie,* t. I, p. 108.

déjà obtenus, réaliser l'aplanétisme suivant l'axe (il était loin de l'être) et améliorer, d'une manière générale, la correction des aberrations et l'éclairement, peu uniforme, de l'image.

Dans le *Triplet* de Dallmeyer (*fig.* 57), la symétrie n'existe plus, et les trois combinaisons sont isolément achromatiques.

Les deux lentilles extrêmes sont des ménisques convergents tournant l'un vers l'autre leur face concave; chacune d'elles comprend

Fig. 57.



une lentille biconvexe en crown, et une lentille biconcave en flint. Leurs distances focales individuelles, ainsi que leurs rayons d'ouverture, sont dans le rapport de 2 à 3 :

$$\frac{\varphi''}{\varphi} = \frac{\nu''}{\nu} = 1,5.$$

Leur écartement est $= \frac{\varphi}{7}$.

La lentille médiane est divergente; elle comprend une lentille biconvexe en flint et une lentille biconcave en crown; son diamètre est le tiers de celui de la lentille frontale et sa distance focale est, au signe près, la moyenne des deux autres, ou à peu près

$$\nu' = \frac{\nu}{3}, \qquad -\varphi' = \frac{\varphi + \varphi''}{2}.$$

Elle divise l'intervalle des deux autres dans le rapport de leurs

distances focales, de manière à détruire à peu près la distorsion.

La distance focale de l'objectif tout entier est $= \frac{7}{8}$ de celle de la lentille frontale

$$f = \frac{7}{8}\varphi.$$

Le diaphragme se place en avant, et presque au contact, de la lentille divergente.

Dans ces conditions, et la lentille frontale étant la plus petite des deux lentilles convergentes, l'aplanétisme sera rigoureusement réalisé suivant l'axe, grâce au choix des rayons de courbure. Mais, comme le calcul a supposé que la distance de l'objet à l'objectif est plus grande que celle de l'image, il faudra dans le cas contraire, c'est-à-dire si l'on veut se servir de l'instrument pour faire un agrandissement, retourner l'objectif et mettre en avant la plus grande lentille.

Voici les dimensions d'un *Triplet* de Dallmeyer pour une distance focale de 100^{mm} :

Rayons de courbure.....	$R_1 = -\ 31{,}28$, $R_2 = +\ 23{,}86$, $R_3 = -\ 202{,}28$, $R_4 = -\ 142{,}00$, $R_5 = +\ 45{,}28$, $R_6 = -\ 32{,}00$, $R_7 = +\ 303{,}00$, $R_8 = -\ 35{,}57$, $R_9 = +\ 47{,}28$.
Écartement des lentilles extrêmes.....	$E = 12{,}57$.
Rayons d'ouverture des lentilles.....	$y = 8{,}57$, $y' = 5{,}35$, $y'' = 11{,}43$.
Rayons d'ouverture des diaphragmes	minimum $\frac{f}{20}$, maximum $\frac{f}{60}$.

Pour une distance focale de 303^{mm}, les surfaces couvertes sont :

Avec le diaphragme moyen..... 215 × 164,
» » minimum..... 253 × 202 (1),

ce qui correspond à des angles de champ de 39° et de 55°.

Le *Triplet* admet, comme on le voit, une assez grande ouverture; il est donc assez rapide; il a une profondeur de champ suffisante et est pratiquement exempt de distorsion; mais les images qu'il donne manquent de brillant, les pertes de lumière par réflexion étant assez considérables.

Construit surtout en vue des reproductions de cartes et de monuments, ou des agrandissements, il est maintenant assez peu employé.

66. Trousses d'objectifs. — Un grand nombre d'opticiens ont construit, sous le nom de *trousses d'objectifs,* des collections de lentilles pouvant être associées de diverses façons, de manière à constituer des systèmes réfringents s'adaptant aux divers besoins de la Photographie.

Il n'y a, au point de vue de la théorie des objectifs, rien de bien particulièrement important à dire sur ces trousses, qui sont souvent d'un emploi fort commode, surtout au point de vue des voyages. Nous croyons seulement qu'il est bien rare que les diverses combinaisons que l'on pourra réaliser avec les lentilles d'une trousse soient toutes également satisfaisantes : mais nous ne voulons pas dire que ce soit impossible.

---

(1) Fabre, *Traité encyclopédique de Photographie,* t. I, p. 129.

CHAPITRE VI.

ÉTUDE D'UN OBJECTIF.

L'étude d'un objectif comprend deux parties: d'abord l'essai proprement dit, destiné à mettre en évidence les défauts que peut présenter l'instrument; ces défauts, qui proviennent soit d'une mauvaise construction, soit d'un mauvais montage des lentilles, soit d'une correction insuffisante des diverses aberrations, sont le plus souvent rédhibitoires : c'est donc, dans la pratique, par cet essai qu'il faudra commencer.

Puis viendra la détermination de ce qu'on peut appeler les constantes de l'objectif, constantes dont la connaissance est nécessaire pour que le photographe sache si l'instrument qu'il étudie est propre aux usages auxquels il le destine, nécessaire aussi pour qu'il puisse, dans les opérations ultérieures, avoir quelque certitude d'atteindre le but qu'il se proposera.

Il serait évidemment conforme aux règles de la logique d'exposer tout d'abord les méthodes qui doivent être suivies pour l'essai de l'objectif; mais ces méthodes exigeront souvent la connaissance de celles qui servent à déterminer les constantes, et, pour éviter les redites, c'est par les secondes que nous commencerons ici.

I. — DÉTERMINATION DES CONSTANTES D'UN OBJECTIF.

Les constantes sont :

1° La distance focale principale,
2° La distance des points nodaux aux faces extrêmes,
3° Le rayon d'ouverture utile,
4° La forme de la surface focale principale,

5° La profondeur de foyer et la forme du volume focal,
6° L'angle de champ,
7° La profondeur de champ,
8° Le coefficient de clarté.

67. **Mesure de la distance focale principale.** — Nous avons vu qu'on appelle distance focale principale, et plus précisément *distance focale principale absolue,* la distance au point nodal d'émergence du foyer principal postérieur, point de concours des rayons dont la direction incidente est parallèle à l'axe principal et qui s'écartent peu de cet axe.

Les catalogues d'objectifs donnent très souvent, sous le nom de « distance focale principale », la distance du foyer principal au diaphragme, et souvent aussi, sous le nom de « longueur focale », la distance du foyer à la face postérieure de l'objectif.

Ce ne sont pas ces grandeurs qui interviennent dans la relation des points conjugués et par suite dans les calculs de grossissement, mais bien la distance focale absolue, dont elles diffèrent d'une quantité qui dépend de l'objectif, mais qui peut être considérable; c'est ainsi que, dans l'objectif Rectilinéaire grand angle n° 5 de Dallmeyer, la distance focale absolue étant de 481^{mm}, la longueur focale n'est que de 430^{mm}, inférieure par conséquent de plus de 10 pour 100.

Il en résulte que l'introduction de ces longueurs dans les calculs de grossissement amènerait des erreurs très graves, ainsi que l'a montré Secrétan qui, le premier peut-être, a signalé les inconvénients que présente cette définition défectueuse de la distance focale.

Nous avons vu déjà (§ 44) les formules qui permettent de déterminer par le calcul la distance focale absolue, soit en fonction des éléments géométriques des lentilles composantes, soit en fonction de leurs éléments optiques, calculés eux-mêmes en fonction de leurs éléments géométriques. Ce second mode de calcul, où l'on procède de proche en proche, et qui est par conséquent moins direct, est, en réalité, plus commode et plus rapide.

Le photographe aura d'ailleurs rarement l'occasion d'appliquer

l'un ou l'autre, ne connaissant pas en général d'une manière précise les éléments géométriques des lentilles qui constituent son objectif.

Nous ne nous occuperons plus ici que de la détermination expérimentale, pour laquelle un grand nombre de méthodes ont été indiquées. Avant d'examiner les plus intéressantes d'entre elles, il y a lieu d'exposer quelques considérations générales sur leur application.

Dans la plupart des procédés, une des opérations consistera à mettre au point sur la glace dépolie l'image d'objets situés à distance infinie ou d'une mire placée à une distance finie.

Dans le premier cas, il faudra choisir des objets dont la distance à l'objectif puisse être réellement considérée comme infinie. Le mieux sera de viser le Soleil; avec la plupart des objectifs, si l'on opère le matin ou le soir, ou à un moment où le Soleil soit légèrement voilé, l'intensité lumineuse sera assez affaiblie pour qu'on puisse voir nettement, et sans fatigue pour l'œil, les bords de l'image; la visée d'étoiles laisserait beaucoup plus d'indécision dans la mise au point. Si l'on choisit simplement un objet lointain, il devra être à une distance au moins égale à 500 fois la longueur focale et présenter des contours ou des détails bien nets.

Dans le second cas, nous conseillons, comme l'a fait déjà M. Davanne, de prendre comme mire une circonférence, tracée en trait fin sur une surface blanche bien plane, et dont on cherchera à faire coïncider l'image avec une autre circonférence tracée sur la glace dépolie et ayant comme centre le centre de cette glace.

Il faudra veiller avec un soin extrême à ce que la mire et la glace dépolie soient dans des plans rigoureusement perpendiculaires à l'axe de l'objectif et à ce que les centres de la mire et de la glace soient rigoureusement sur cet axe.

Le plus grand avantage que nous voyions à l'emploi du trait circulaire, c'est que si ces conditions ne sont pas suffisamment remplies, l'image éprouvera des déformations qui rendront la superposition impossible.

D'une manière générale, la mise au point devra être faite au centre de la glace dépolie. Si nous visons, en effet, un système de

points situés dans un plan perpendiculaire à l'axe, les images de ces divers points se feront en général sur une surface courbe : le plan focal conjugué du plan de l'objet est le plan tangent au sommet de cette surface : c'est donc à ce sommet, situé sur l'axe principal, et qui est l'image du point central, que nous devons amener exactement la glace; dans le cas où l'on emploiera la mire que nous avons conseillée, on tracera au centre de la circonférence deux traits en croix, et c'est sur cette croix que l'on devra mettre au point.

Il faudra faire cette opération sans diaphragme, ou tout au moins avec le plus grand diaphragme qui permette d'obtenir des images nettes au centre : il y a, en effet, un intérêt évident à ne pas augmenter la profondeur de foyer, qui est une cause d'indécision dans le choix de la position à donner à la glace dépolie.

Enfin, dans les méthodes qui comportent un pointage ou la mesure d'une distance sur l'image, cette mesure ne devra pas être faite sur la glace dépolie; il faudra, après la mise au point, faite, ainsi que nous l'avons dit, avec une ouverture aussi grande que possible, substituer à la glace dépolie une glace sensible et, pour la pose, employer un très petit diaphragme, de manière à obtenir sur toute la surface de l'image le maximum de netteté; les mesures seront ensuite effectuées sur le cliché.

Nous allons d'abord passer en revue un certain nombre de méthodes qui, tout en présentant de l'intérêt, devront être en général rejetées, ou parce qu'elles sont entachées d'erreurs systématiques, ou parce que leur application comporte forcément l'introduction d'erreurs accidentelles aussi graves, quelquefois même plus graves encore.

Dans le premier groupe, nous trouvons tout d'abord les procédés qui donnent la *longueur focale* ou ce qu'on appelait autrefois la *distance focale principale,* et qui consistent à viser un objet infiniment éloigné suivant l'axe principal et à mesurer la distance de la glace, après mise au point, au sommet de la face postérieure de l'objectif dans le premier cas, à la place des diaphragmes dans le second cas.

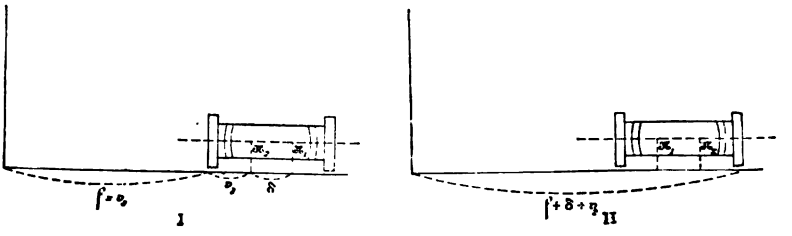
Le premier mode de mesure comporte une erreur systématique

égale à la distance du point nodal d'émergence à la face de sortie de l'objectif.

Le second, qui n'est évidemment applicable qu'aux objectifs composés, donne une erreur qui varie avec la position des points nodaux et qui est égale à la demi-distance de ces points s'il s'agit d'un objectif symétrique, où le diaphragme est dans le plan de symétrie et les points nodaux situés, de part et d'autre, à égale distance.

La *méthode de M. Warnercke* consiste à placer l'objectif sur une règle divisée, au zéro de laquelle est fixé, perpendiculairement, un écran blanc. L'objectif ayant d'abord sa face postérieure vers l'écran, et tout l'appareil étant dirigé vers le Soleil, on déplace l'objectif jusqu'à avoir sur l'écran une image nette de l'astre; on note alors la position de l'embase, par exemple; si la distance du

Fig. 58.



point nodal d'émergence à l'embase est en grandeur et en signe égale à v_2, la longueur ainsi mesurée sur la règle sera (*fig.* 58, I)

$$f - v_2.$$

Puis on retourne l'objectif face pour face et l'on recommence. La nouvelle distance de l'embase à l'écran est (*fig.* 58, II)

$$f + v_2 + \delta,$$

δ étant l'écartement des points nodaux.

On prend la moyenne des deux distances comme étant la distance focale principale; mais cette moyenne a comme valeur réelle

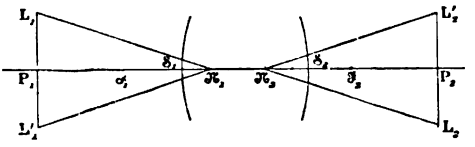
$$f + \frac{\delta}{2}.$$

On commet donc une erreur égale au demi-écartement des

points nodaux, et cela quelle que soit la distribution de ces points.

C'est encore à ce groupe qu'appartient la *méthode de Silbermann,* destinée aux lentilles et généralisée aux objectifs. Elle consiste à viser une mire placée à distance telle que l'objectif en donne une image égale en grandeur (*fig.* 59); dans ces conditions, nous avons vu (§ 31) que les distances de l'objet au point nodal d'incidence et de l'image au point nodal d'émergence, sont respectivement égales au double de la distance focale absolue. La distance de l'objet à l'image est donc égale, à la distance près des points nodaux, à quatre fois la distance focale; et en divisant par 4 l'in-

Fig. 59.



tervalle de la mire à la glace dépolie, on aura la distance focale avec une erreur systématique qui sera le quart de la distance des points nodaux.

L'opération peut d'ailleurs se faire assez commodément et avec assez de précision en employant la mire dont nous avons parlé. Après avoir tracé la circonférence qui la constitue, on trace, avec le même compas, sans en modifier l'ouverture, une seconde circonférence sur la glace dépolie, en prenant pour centre celui de la glace. Pendant la visée, on fera mouvoir la glace et la mire jusqu'à ce que l'image de la première circonférence se superpose exactement à la seconde, l'image de la croix centrale étant parfaitement nette.

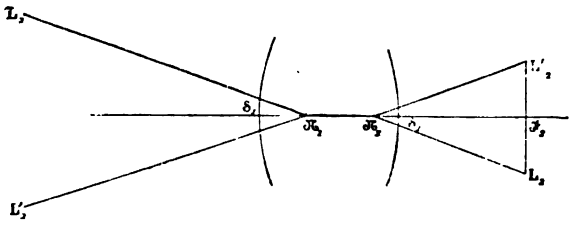
Ce procédé comporte une erreur systématique beaucoup moindre, en général, que les précédents; comme eux, il ne suppose qu'une seule mesure de distance, et comme ici cette distance devra être divisée par 4, l'erreur fortuite qui aura pu être commise dans sa mesure sera également divisée par 4. Il est donc de beaucoup supérieur aux précédents; mais nous verrons plus loin qu'on peut le modifier de manière à faire disparaître son erreur systématique.

Dans le second groupe, comprenant les méthodes qui, en théorie,

donnent directement la distance focale absolue, nous indiquerons quatre procédés qui reposent sur un principe commun.

Soient (*fig.* 60) deux points L_1, L'_1 symétriquement placés par rapport à l'axe principal d'un objectif et assez éloignés pour qu'on puisse les considérer comme étant à l'infini; soient L_2, L'_2 leurs images, $L_1, \mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2, L_2$ et $L'_2, \mathfrak{N}_1, \mathfrak{N}_2, L'_2$ leurs axes secondaires; le triangle $\mathfrak{N}_2 L_2 L'_2$ est isoscèle, il a son sommet au point nodal d'émer-

Fig. 60.



gence, sa hauteur est la distance focale absolue. Si nous pouvons construire ce triangle, nous n'aurons qu'à mesurer ou à calculer sa hauteur.

Or, nous pouvons facilement mesurer sa base, il nous suffira donc de déterminer l'angle au sommet $\mathfrak{N}_2$.

La *méthode de M. de la Baume Pluvinel* consiste à choisir comme points lumineux deux étoiles connues; les Tables astronomiques donnent alors l'angle $L_1 \mathfrak{N}_1 L'_1$ que font les axes secondaires et qui est égal à l'angle cherché, et par suite, font connaître le nombre par lequel il faudra multiplier la distance $L_2 L'_2$ des deux images pour avoir la distance focale, ce coefficient étant égal à

$$\frac{1}{2 \operatorname{tang} \frac{L_1 \mathfrak{N}_1 L'_1}{2}}.$$

Si l'on choisit, par exemple, les deux étoiles α et β de la constellation d'Orion, le coefficient est 3,052; les étoiles η et β de la Grande Ourse, 2,206; seulement, dans ce second cas, l'écart des deux images sera souvent un peu grand.

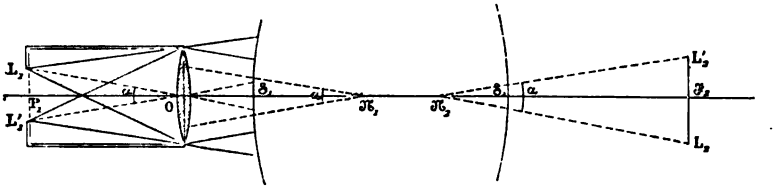
La mise au point est fort délicate, et il sera très facile de commettre une erreur grave sur la mesure de $L_2 L'_2$; il sera même difficile de n'en pas commettre, si l'on n'est très habile, et comme il

faudra multiplier cette distance par un coefficient, très exactement connu, mais assez grand, l'erreur sera multipliée aussi.

La *méthode de Secrétan* est tout à fait analogue, mais nécessite l'emploi d'un petit appareil spécial, le Focabsolumètre, que l'on place devant l'objectif.

Il se compose (*fig.* 61) d'une lentille placée à l'extrémité d'un tube dont la longueur est exactement égale à la distance focale de la lentille, soit 10^{cm}. L'autre base du tube est en partie fermée par un écran opaque percé en son centre d'une ouverture circulaire,

Fig. 61.



placée ainsi dans le plan focal principal, et dont le diamètre est exactement égal à $\frac{1}{10}$ de la distance focale, soit 1^{cm}.

Si l'on éclaire fortement cette ouverture, chacun des points du bord donnera naissance à un faisceau que la lentille rendra parallèle à l'émergence, et les axes secondaires des faisceaux provenant de deux points diamétralement opposés feront entre eux un angle $x = L_1OL'_1$.

Supposons maintenant que l'on place cet appareil immédiatement au-devant d'un objectif : chacun des faisceaux, étant formé de rayons parallèles entre eux quand il tombe sur la face d'entrée, donnera son point de concours définitif dans le plan focal principal de l'objectif; nous aurons dans ce plan une image du cercle et, en particulier, en $L_2L'_2$ les images des points L_1 et L'_1; l'angle $L_2\mathfrak{N}_2L'_2$ des axes secondaires est toujours α. Les deux triangles $L_2\mathfrak{N}_2L'_2$ et $L_1OL'_1$ sont semblables et comme

$$L_1L'_1 = \frac{OP_1}{10},$$

nous aurons aussi

$$L_2L'_2 = \frac{\mathfrak{N}_2F_2}{10},$$

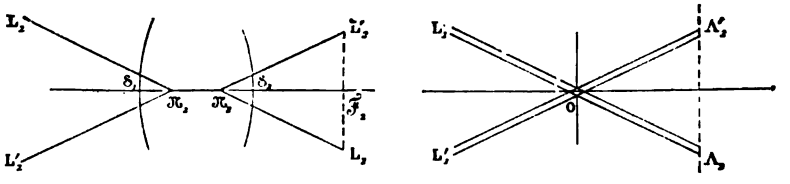
c'est-à-dire que la longueur en millimètres du diamètre de l'image donnera en centimètres la longueur focale absolue. La mise au point est beaucoup plus facile que dans la méthode précédente, et la base $L_2 L'_2$ du triangle isoscèle peut être obtenue par conséquent avec une certitude plus grande, mais l'erreur est multipliée par 10 au lieu de l'être par 3.

Il serait bon, pour la mise au point, de tendre dans le cercle éclairé deux fils en croix, mais cela n'est pas bien nécessaire, parce que les axes secondaires des points du bord ne font avec l'axe que des angles assez petits.

La *méthode de M. Taylor* consiste à viser deux points éloignés et très brillants; après avoir mis au point sur la glace dépolie et avoir marqué les positions des images sur cette glace, que pour cela on a retournée de façon à placer à l'extérieur de la chambre le côté dépoli, on substitue à l'objectif une plaque de carton percée en son centre d'une ouverture très petite; cette ouverture admet pour chacun des deux points un pinceau très fin de rayons parallèles qui donne sur la glace une petite tache lumineuse; on déplace alors la glace jusqu'à ce que les deux taches lumineuses se superposent exactement aux points qui marquent la position des images observées dans la première partie de l'expérience.

Les axes secondaires des faisceaux qui formaient les images

Fig. 62.



étaient parallèles aux rayons incidents et par conséquent aux pinceaux qui forment les taches. En appelant O le centre de l'ouverture percée dans la plaque de carton (*fig.* 62), et Λ_2, Λ'_2 les centres des taches lumineuses, nous voyons que dans les triangles $L_2 \mathcal{H}_2 L'_2$ et $\Lambda_2 O \Lambda'_2$ les côtés de l'angle au sommet sont respectivement parallèles, et comme la base est la même, les deux triangles sont égaux; ils ont donc même hauteur, et la distance focale absolue

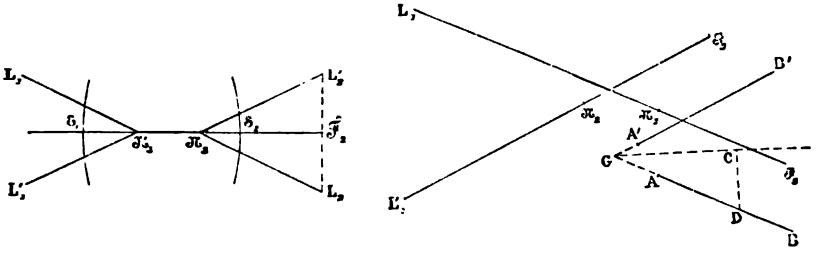
cherchée, $\mathfrak{N}_2\mathcal{F}_2$, est égale à la distance de l'ouverture O à la face dépolie de la glace.

Cette distance n'est pas bien commode à mesurer; mais là n'est pas le plus grand défaut de la méthode; il faudra trouver deux points extrêmement lumineux : car ou bien l'ouverture sera très petite et les taches $A_2A'_2$ seront nettes, mais très peu éclairées, ou bien elle sera un peu grande, et les images seront facilement visibles, mais elles ne seront plus bien nettes; et dans les deux cas la superposition des taches aux images sera assez difficile à effectuer. Enfin, défaut commun à cette méthode et à celle de M. de la Baume Pluvinel, la mise au point se fait en dehors de l'axe principal.

La *méthode graphique,* indiquée par Monckhoven dans son *Optique photographique,* est la suivante (*fig.* 63).

On vise encore deux points très éloignés L_1 et L'_1, donnant des images L_2 et L'_2 symétriquement placées, par rapport au centre de la

Fig. 63.



glace dépolie, sur une ligne horizontale passant par ce centre. La chambre noire est posée sur une surface bien horizontale, recouverte d'une feuille de papier blanc. Après avoir mesuré la distance $L_2L'_2$, on oriente la chambre de manière que l'image L_2 vienne se faire au centre : l'axe principal passe alors par le point L_1 ; avec un crayon s'appuyant sur un des bords de la chambre, on marque sur le papier la trace de ce bord, soit AB. Puis on amène de même au centre de la glace l'image L'_2 et l'on marque de même la trace du même bord de la chambre, soit A'B'.

Si les points choisis sont suffisamment éloignés, l'angle des droites AB et A'B' est égal à l'angle $L_2\mathfrak{N}_2L'_2$, de quelque façon

qu'on ait déplacé la chambre pour passer de l'une des visées à l'autre.

On prolongera alors les droites AB et A'B' jusqu'à leur point de rencontre G, puis on mènera la bissectrice de l'angle qu'elles font entre elles, et au moyen d'une équerre à angle droit, on intercalera entre la bissectrice et l'un des côtés de l'angle une perpendiculaire CD à la bissectrice, qui soit exactement la moitié de la distance $L_2 L'_2$. La distance GC est la distance focale absolue.

On voit immédiatement que la multiplicité des constructions graphiques altère gravement la précision apparente de cette méthode.

Nous arrivons maintenant aux trois procédés qui ont été à juste titre recommandés par le *Congrès international de Photographie de* 1889.

Nous indiquerons en premier lieu la *méthode de M. Cornu*, qui est applicable à tous les systèmes convergents.

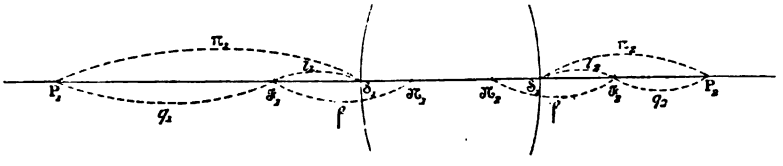
Elle repose sur la relation dite de Newton entre les distances de deux foyers conjugués quelconques aux foyers principaux correspondants (*voir* § 28).

En désignant ces distances par q_1 et q_2 nous avons, en grandeur et en signe, la relation

$$-q_1 q_2 = f^2.$$

On détermine d'abord, en exposant l'objectif aux rayons solaires

Fig. 64.



par exemple, la position du foyer principal postérieur, et l'on mesure sa distance à la face de sortie; puis, en retournant l'objectif, on détermine de même la position du foyer antérieur et l'on mesure sa distance à la face d'entrée; c'est-à-dire en somme qu'on mesure la longueur focale de l'objectif d'abord dans l'orientation normale, puis dans l'orientation inverse : soient l_1 et l_2 ces longueurs (*fig.* 64)

$$l_1 = s_1 \mathcal{F}_1, \qquad l_2 = s_2 \mathcal{F}_2.$$

On expose ensuite l'objectif aux rayons venant d'un objet très éclairé et assez rapproché ; soit P_1 le point où cet objet rencontre l'axe principal : on détermine le point P_2 où se forme son image, et l'on mesure les distances, π_1 et π_2 par exemple, de l'objet à la face d'entrée et de l'image à la face de sortie

$$\pi_1 = P_1 S_1, \qquad \pi_2 = P_2 S_2.$$

Nous avons

$$q_1 = \pi_1 - l_1, \qquad -q_2 = -\pi_2 - (-l_2) = l_2 - \pi_2;$$

et la relation de Newton nous donne

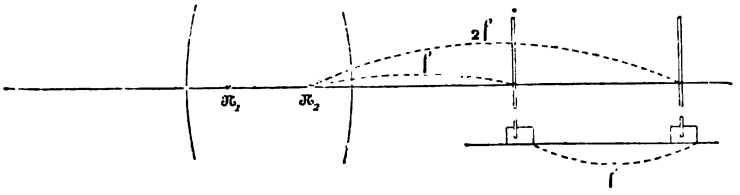
$$f^2 = -q_1 q_2 = (\pi_1 - l_1)(l_2 - \pi_2),$$
$$f = \sqrt{(\pi_1 - l_1)(l_2 - \pi_2)}.$$

Cette méthode sera excellente lorsqu'on aura une installation qui permette de faire des mesures précises, et c'est elle alors qu'il conviendra d'employer; mais, comme elle comporte un assez grand nombre de mesures de longueur, si celles-ci sont faites un peu grossièrement, les erreurs peuvent s'ajouter les unes aux autres et donner un résultat assez médiocre.

Le photographe devra employer de préférence la *méthode de MM. Davanne et A. Martin* (*fig.* 65).

L'objectif étant monté sur la chambre noire, on vise d'abord un

Fig. 65.



point à distance infinie : la face dépolie de la glace est alors au foyer principal postérieur $\mathcal{F}_2$; on marque la position du bord antérieur du cadre qui porte la glace sur la glissière où ce cadre se déplace ; puis on vise la mire à trait circulaire en réglant les positions de telle sorte que, la mise au point étant faite sur la croix centrale, l'image de la circonférence se superpose exactement à la circonférence identique tracée sur la glace (*voir* p. 133); la face dépolie est alors, du point nodal $\mathfrak{N}_2$, à une distance $= 2f$. Elle a donc subi, de l'une des visées

à l'autre, un déplacement égal à f, et le bord antérieur du cadre un déplacement exactement égal : on tracera un nouveau repère indiquant la nouvelle position de ce bord, et la distance des deux repères mesurera la distance focale absolue.

Sous cette forme, la méthode est excellente et il suffit d'un peu de soin pour être sûr de ne pas commettre d'erreurs fortuites importantes.

Mais elle perd beaucoup de sa valeur si, pour éviter le réglage un peu long qu'exige l'obtention d'une image égale à l'objet, ou parce que le tirage de la chambre noire est insuffisant, on se contente de viser un objet de dimensions connues, placé à une distance finie, mais quelconque, de mettre au point et de mesurer le déplacement de la glace à partir du foyer et les dimensions de l'image.

On aura bien encore, en multipliant le déplacement par l'inverse du grossissement, la valeur de la distance focale, en vertu de la loi du grossissement

$$\frac{y_2}{y_1} = \frac{p_2 + f}{f},$$

où $p_2 + f$ est précisément égal au déplacement; mais la mesure de ce grossissement est très délicate et peut donner lieu à des erreurs graves, surtout si l'on emploie comme mire un trait rectiligne, qui peut, sans qu'on s'en aperçoive, n'être pas parallèle à la glace dépolie.

On devra donc toujours opérer sous la première forme et changer de chambre noire si celle sur laquelle on a d'abord adapté l'objectif n'a pas un tirage suffisant.

Le troisième procédé consiste dans l'emploi du *Tourniquet de M. le Commandant Moëssard.*

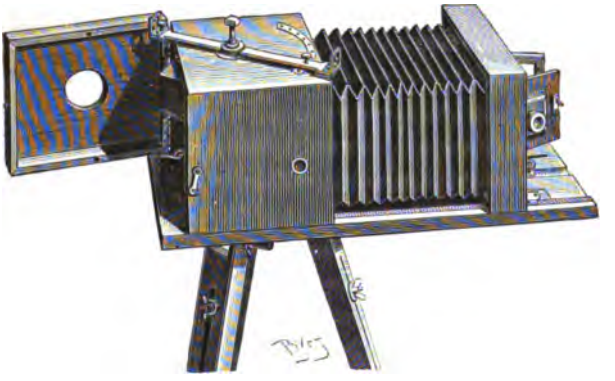
Cet instrument (1), dont nous reparlerons souvent dans le cours de ce Chapitre, parce qu'il permet d'effectuer dans de très bonnes conditions la plupart des opérations d'essai qui nous sont nécessaires, est une très ingénieuse utilisation de la propriété particulière du point nodal d'émergence (*voir* § 27).

---

(1) *Voir* P. Moessard, *Étude des lentilles et objectifs photographiques.* Ire Partie. In-18 jésus; 1889 (Paris, Gauthier-Villars et fils).

Nous rappelons ici cette propriété : lorsque l'objectif tourne autour d'un axe passant par son point nodal d'émergence, l'image donnée, sur un écran fixe, d'objets assez éloignés, ne change ni de

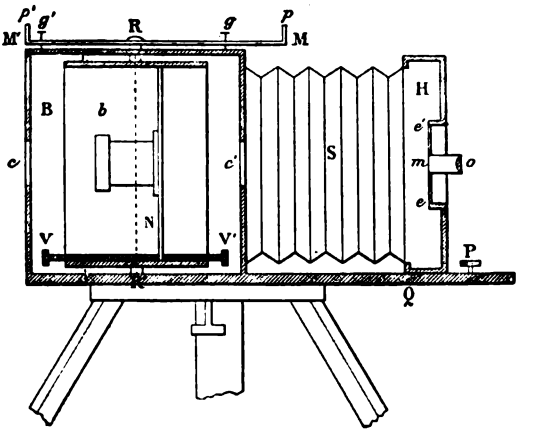
Fig. 66.



grandeur ni de position. Si l'axe de rotation se trouve en avant du point nodal, l'image se déplace sur l'écran dans le sens de la rotation de l'objectif; s'il est en arrière, le déplacement de l'image a lieu en sens inverse.

L'appareil (*fig.* 66 et 66 *bis*) comprend une boîte cubique fixe B

Fig. 66 *bis*.



complètement close, sauf deux ouvertures circulaires *c*, *c'* pratiquées au centre des parois antérieure et postérieure; celle-ci est

montée sur charnières; une seconde boîte cubique *b*, ouverte à ses deux extrémités est suspendue dans la première au moyen d'un axe métallique vertical RR′ formé d'une tige creuse et manœuvré de l'extérieur au moyen d'une manivelle MM′; elle peut tourner complètement sur elle-même autour de cet axe; elle est coupée par une cloison verticale N, qui peut se déplacer parallèlement à elle-même au moyen d'un écrou et d'une vis sans fin VV′; sur cette cloison, qui ferme la boîte mobile, se montent les planchettes porte-objectifs.

Un chariot H est relié par un soufflet à la boîte B; il est mobile, au moyen d'une crémaillère et d'un pignon P, et porte un vernier au $\frac{1}{10}$ qui se déplace sur une division en millimètres gravée sur la queue de l'appareil; au centre de la paroi verticale du chariot H est placé un verre dépoli auquel peut se substituer très exactement un micromètre *m*, au $\frac{1}{10}$ de millimètre, encastré dans un volet plein et fixé à l'extrémité d'un petit tube de cuivre portant un oculaire *o*.

La position, sur l'échelle millimétrique, du zéro du vernier indique la distance à l'axe RR′ du verre dépoli ou du micromètre; cette distance est donnée à $\frac{1}{10}$ de millimètre près (on peut même apprécier le $\frac{1}{20}$).

La manivelle qui commande l'axe RR′ et qui est faite de deux branches inégales (la plus longue à l'arrière) porte à ses extrémités deux petites pinnules rectangulaires, *p* et *p′*, à travers lesquelles on vise pour diriger l'appareil vers le point dont on veut amener l'image sur le verre dépoli, et deux petites goupilles, *g* et *g′*, qui permettent de la fixer dans une position donnée sur un arc divisé en grades (1), encastré sur la paroi supérieure de la boîte B, centré sur l'axe de rotation RR′ et percé de 10^{g} en 10^{g} de trous où peut s'engager la goupille.

Ceci posé, voyons comment on se servira de l'appareil pour mesurer la distance focale principale d'un objectif.

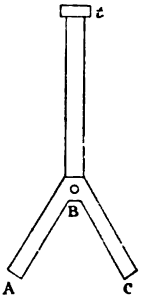
Il faut tout d'abord centrer celui-ci, c'est-à-dire amener son axe principal à couper exactement l'axe de rotation. Pour permettre d'effectuer ce réglage, la planchette porte-objectif peut recevoir de petits mouvements latéraux sur la cloison verticale N. On engage dans l'ouverture centrale du pivot RR′ une petite tige *t* (*fig.* 67)

(1) Le grade est la centième partie de l'angle droit.

à l'extrémité de laquelle on fixe une équerre en cuivre ABC, dont les deux branches sont également inclinées sur la verticale, et l'on déplace l'objectif jusqu'à ce que sa monture s'appuie également sur les deux branches ; on le fixe alors et on enlève l'équerre et la tige.

La manivelle MM′ étant au zéro de l'arc gradué, on vise à travers les pinnules un objet éloigné ; on met au point sur la glace dépolie ;

Fig. 67.



puis, donnant de petits mouvements à la manivelle, on examine l'image ; en général, elle se déplace ; suivant le sens de ce déplacement, on fait au moyen de la vis sans fin VV′ avancer ou reculer l'objectif, en maintenant au point par de petits mouvements du chariot H et en imprimant de légères rotations à la manivelle ; on arrive ainsi très facilement, si l'objectif est exempt de distorsion, à l'amener dans une position pour laquelle l'image paraît immobile ; on substitue alors à la glace dépolie l'appareil micrométrique ; l'image, grossie, se voit nettement, superposée à la division du micromètre, et comme ses déplacements se trouvent ainsi amplifiés, on peut perfectionner le réglage de façon à obtenir la fixité absolue de l'image.

Quand ce résultat est atteint, le point nodal d'émergence est exactement sur l'axe du pivot RR′ et le micromètre est exactement dans le plan focal ; si l'on a visé un objet assez éloigné, la position, sur la division en millimètres, du zéro du vernier donne donc, à $\frac{1}{20}$ de millimètre près, la distance focale absolue.

Comme vérification, on recommencera l'expérience complète en retournant l'objectif ; la distance focale absolue étant la même

de part et d'autre, on devra obtenir une longueur exactement égale.

68. Détermination des points nodaux. — La détermination des points nodaux se fait tout naturellement en même temps que la mesure de la distance focale principale.

Avec l'emploi du Tourniquet, il n'est même pas besoin d'opération spéciale ; on est forcé d'amener successivement les deux points nodaux sur l'axe de rotation de l'appareil pour mesurer la distance focale de part et d'autre de l'objectif. Dans chacune des deux expériences successives, une fois le réglage exactement réalisé, on introduira dans l'ouverture axiale du pivot RR′ une tige terminée par un poinçon en forme de V, et, par un léger coup sur la tête de cette tige, on imprimera la marque du poinçon sur la monture, en ayant soin de diriger l'ouverture du V vers la glace dépolie ; on aura ainsi marqué la position des deux points et, dans les opérations ultérieures, on pourra mesurer directement les distances de l'objet ou de l'image aux traces des points correspondants (¹).

Il sera facile, si on le préfère, de déterminer la valeur des distances que nous avons appelées z_1 et z_2 en prenant, pour chacune des deux traces, sa distance au sommet de la face extrême située du côté de l'ouverture du V.

Il n'est pas besoin non plus de nouvelle mesure si l'on a suivi la méthode de M. Cornu ; on a eu, en effet, besoin d'amener successivement la glace dépolie aux deux foyers principaux et de mesurer les distances l_1 et l_2 de ces foyers principaux aux faces extrêmes : une fois qu'on aura calculé la valeur de f, les différences

$$f - l_1 \qquad \text{et} \qquad f - l_2,$$

donneront les valeurs de z_1 et de z_2.

Dans la méthode de MM. Davanne et Martin, l'une des opérations consiste aussi à amener la glace dépolie au foyer principal : il suffira alors de mesurer sa distance au sommet de la face de sortie de l'objectif pour avoir la longueur l_2, qui n'est pas, dans ce

(¹) Le Congrès international de 1889 a demandé qu'à l'avenir cette impression fût faite sur chaque objectif par le constructeur.

procédé, nécessaire au calcul de f : en opérant de même avec l'objectif retourné, on mesurera de même l_1 et l'on prendra encore les différences

$$f - l_1 \qquad \text{et} \qquad f - l_2.$$

D'une manière générale, ayant déterminé la distance focale absolue, il suffira d'en retrancher la longueur focale relative à la face d'entrée pour avoir la distance z_1 du point nodal d'incidence à cette face, et la longueur focale relative à la face de sortie pour avoir de même z_2.

Nous rappellerons que, dans l'application numérique des formules, on devra affecter les distances z_1 et z_2 du signe + ou du signe — suivant que le point nodal correspondant sera, par rapport à la face de même indice, du côté d'où vient la lumière, ou du côté opposé.

69. **Mesure du rayon d'ouverture utile.** — Nous avons appelé rayon d'ouverture utile, et désigné par la lettre y, le rayon du faisceau cylindrique, parallèle à l'axe, qui est admis dans l'objectif. Ce rayon variera évidemment avec celui du diaphragme employé.

Dans les objectifs simples, le rayon y sera égal au rayon r de l'ouverture du diaphragme, puisque celui-ci, placé en avant du système optique, reçoit directement le faisceau lumineux.

Dans les objectifs composés, au contraire, le faisceau, au moment où il rencontre le diaphragme qui le limite, est devenu conique par suite de sa réfraction dans la combinaison antérieure.

Si nous considérons alors (*fig.* 68) la section, par un plan passant par l'axe, de l'objectif et du faisceau, $N_1 N_2$ étant les points nodaux de la combinaison antérieure, Φ_2 son foyer principal d'émergence, D le centre et D′ le bord du diaphragme, la similitude des triangles $Y_2 \Phi_2 N_2$ et $D' \Phi_2 D$ nous donne

$$\frac{Y_2 N_2}{D D'} = \frac{N_1 \Phi_2}{D \Phi_2} = \frac{N_2 \Phi_2}{N_2 \Phi_2 - N_2 D},$$

ou, en désignant par λ la distance du diaphragme au point nodal d'émergence de la combinaison antérieure, et en tenant compte de notre convention de signes, que nous appliquerons aussi à λ,

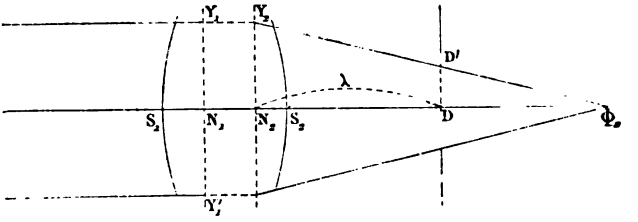
compté à partir du point D,

$$\frac{y}{r} = \frac{-\varphi_2}{-\varphi_2 - \lambda}, \qquad y = r\,\frac{\varphi}{\varphi - \lambda}.$$

Le premier facteur varie avec le diaphragme employé, mais le second est caractéristique de l'objectif : il devra être déterminé une fois pour toutes ; cette détermination exige celles de φ et de λ : pour connaître ces longueurs, on enlèvera de l'objectif les lentilles situées en arrière du diaphragme, et l'on appliquera à l'instrument, ainsi réduit à sa combinaison antérieure, une des méthodes que nous avons indiquées pour la mesure de la distance focale et la détermination des points nodaux.

On aura ainsi la valeur de φ et celle de y_2, distance du point

Fig. 68.



nodal N_2 à la face de sortie S_2 de la combinaison antérieure. On mesurera la distance DS_2 du diaphragme à cette face ; cette longueur étant par exemple désignée par λ', nous aurons en grandeur et en signe

$$\lambda = \lambda' + y_2.$$

Supposons qu'on prenne, par exemple, un Rectilinéaire Rapide de 290^{mm} de foyer; qu'on ait trouvé, par l'expérience ou par le calcul, pour les éléments optiques de la combinaison antérieure,

$$y_2 = +25,45, \qquad \varphi = 531,96,$$

et qu'on trouve en outre, entre le diaphragme et le sommet S_2 de cette combinaison, une distance de $18^{mm},8$,

$$\lambda = 25,45 + 18,8 = 44,25,$$

et le rayon d'ouverture utile, avec un diaphragme de rayon r,

sera

$$y = r\,\frac{531,96}{531,96 - 44,25} = 1,09\,r.$$

On peut mesurer $\frac{y}{r}$ par une expérience simple, mais la précision de la mesure n'est pas très grande.

Le faisceau d'ouverture maxima, qui rencontre l'objectif suivant un cercle de diamètre $Y_1 Y'_1$ (*fig.* 68), est concentré par la première combinaison en Φ_2, puis par la seconde en $\mathcal{F}_2$, foyer principal de l'objectif. Si, inversement, un point lumineux est placé en $\mathcal{F}_2$, il donnera naissance à un faisceau qui, après avoir traversé les lentilles, sortira de la combinaison antérieure en faisceau parallèle de diamètre $Y_1 Y'_1$; l'œil placé en avant verra la lentille antérieure éclairée par le passage du faisceau, et le diamètre de la partie lumineuse sera $Y_1 Y'_1$ c'est-à-dire $2y$. On montera l'objectif sur une chambre noire, puis on substituera à la glace dépolie, amenée au foyer principal, une feuille de carton percée en son centre d'un petit trou. L'appareil étant placé dans l'obscurité, et le trou éclairé aussi fortement que possible, on mesurera d'une part le diamètre du cercle lumineux que l'on observe sur la face antérieure de l'objectif, et d'autre part le diamètre du diaphragme employé : le quotient du premier diamètre par le second donnera $\frac{y}{r}$.

En multipliant le nombre trouvé par le rayon de chacun des diaphragmes, on aura la valeur de l'ouverture utile correspondant à chacun d'eux.

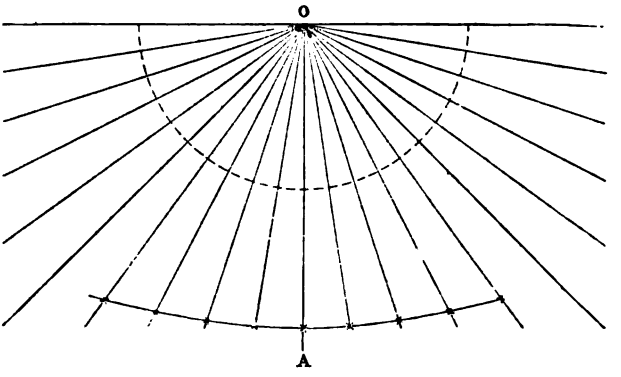
70. **Étude de la surface focale principale.** — La surface focale principale est le lieu des images données par l'objectif des points situés à l'infini.

Le Tourniquet fournit un moyen très commode de construire par points une section de cette surface par un plan quelconque passant par l'axe.

L'objectif étant, sans diaphragme, monté sur l'appareil et réglé de façon que son point nodal d'émergence soit sur l'axe de rotation, on amène la nanivelle au zéro de l'arc divisé, et l'on pointe sur

un objet très éloigné, petit et très net. On a d'autre part, sur une feuille de papier, dessiné une série de lignes partant d'un point commun et séparées par des angles de 10^g, de part et d'autre d'une ligne centrale OA (*fig.* 69). On met au point, sur le micromètre, l'image du point visé; on mesure la distance du micromètre à l'axe RR′, et l'on porte la longueur trouvée sur la ligne OA, à partir du point O; puis on fait tourner la manivelle de 10^c, à

Fig. 69.

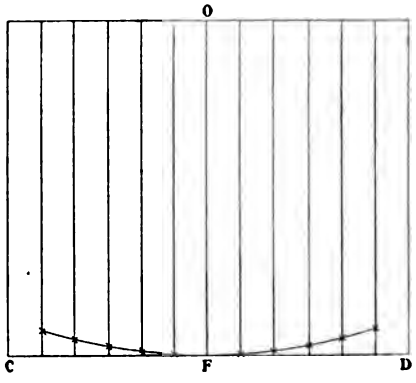


gauche par exemple; on l'immobilise dans cette nouvelle position et l'on met de nouveau au point sur l'image, qui, d'après ce que nous savons, n'a pas quitté le micromètre; on obtient une nouvelle distance que l'on porte sur la première ligne à gauche de OA, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'on arrive à une direction suivant laquelle on n'ait plus d'image nette; puis on fait la même opération à droite de l'axe. On joint les points ainsi successivement reportés sur la feuille de papier : la ligne obtenue est une méridienne de la surface focale.

A défaut du Tourniquet, nous indiquerons le procédé suivant, certainement moins satisfaisant, mais qui donnera une approximation très suffisante : on monte l'objectif, non diaphragmé, sur une chambre noire ordinaire, en mettant horizontalement la plus grande dimension de la glace dépolie, sur laquelle a été tracée une division par lignes parallèles, distantes de 1^{cm}. On a, d'autre part, tracé sur une feuille de papier un rectangle ayant comme côtés la distance focale principale OF et la longueur CD de la glace dépolie et

mené dans ce rectangle des lignes parallèles, distantes également de 1^{cm} (*fig.* 70) : on pointe l'appareil sur un grand bâtiment assez éloigné et présentant des détails nets, en se plaçant dans une direction normale; on met au point sur le centre de la glace, avec une bonne loupe, et marque, sur la queue de la chambre, la position du cadre qui porte la glace dépolie. Cela fait, on met au point sur la première ligne à gauche du centre par exemple : il faut pour cela déplacer la glace d'une certaine quantité, qu'il est

Fig. 70.



facile de mesurer, et que l'on reporte, sur la feuille de papier, sur la première ligne à gauche de OF, à partir de la ligne CD; on continue ainsi en s'écartant progressivement du centre jusqu'à ce qu'on ne trouve plus d'image nette; après avoir opéré de même à droite, on joint par un trait continu les points reportés.

71. **Profondeur de foyer; étude du volume focal.** — La profondeur de foyer est complètement déterminée par l'ouverture utile y de l'objectif et par sa distance focale principale f. Pour un point situé à l'infini, le déplacement total que l'on peut donner à la glace dépolie, sans que l'image du point situé sur l'axe forme une tache de dimensions supérieures à la surface de diffusion tolérée, est, comme nous l'avons vu (§ 47), égal à

$$2\varepsilon\frac{f}{y},$$

ε étant le rayon de la surface de diffusion tolérée (¹). Pour un point situé sur l'axe à une distance finie p_1, la profondeur de foyer est

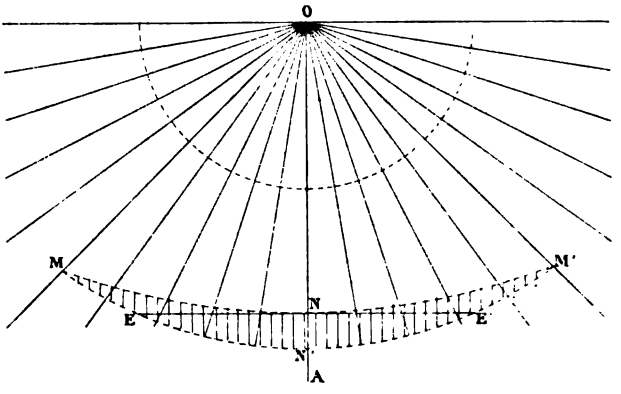
$$2\varepsilon \frac{f'}{y} \frac{p_1}{p_1 - f'}.$$

Comme y est proportionnel au rayon d'ouverture du diaphragme, la profondeur de foyer croîtra en raison inverse de ce rayon.

Suivant les directions obliques, la profondeur sera moindre que suivant l'axe principal et diminuera à mesure qu'augmentera l'inclinaison. Si l'on se borne aux rayons venant de l'infini, le lieu des positions extrêmes que l'on peut donner à la glace, suivant les diverses directions, sera formé de deux surfaces, analogues à la surface focale principale et limitant ce qu'on peut appeler le volume focal principal. Ce volume, pour un même objectif, varie avec le diaphragme : il sera bon de l'étudier expérimentalement pour les divers diaphragmes, ou tout au moins pour le plus grand et le plus petit.

On se servira encore du Tourniquet : on visera un objet éloigné

Fig. 71.



et net, une cheminée par exemple, en choisissant plus particulièrement un détail qui, sur l'image, ait $\frac{1}{20}$ de millimètre de dia-

(¹) ε étant $= 0^{m},0001$ si l'image doit être vue à l'œil nu, à $= 0^{m},000025$ si à la loupe, ou, comme valeur moyenne à $0,^{m},00005$.

mètre (¹). On amènera la manivelle sur les divisions successives de l'arc gradué, et, pour chaque direction, on fera mouvoir le chariot H, d'abord dans un sens, puis dans l'autre, jusqu'à ce que le détail visé disparaisse; on note les deux positions du zéro du vernier et l'on reporte les distances trouvées sur la direction correspondante, sur la feuille de papier : on obtient ainsi la section méridienne du volume focal, soit MNM'N' (*fig.* 71).

C'est absolument l'opération que nous avons indiquée pour l'étude de la surface focale, avec cette seule différence que nous avions alors, suivant chaque direction, un seul point à reporter au lieu de deux; et encore est-il bien rare que, même sans diaphragme, on ne trouve pas, au moins au voisinage de l'axe, une profondeur de foyer appréciable. La *surface focale* n'est que la limite vers laquelle tend le volume focal quand la profondeur de foyer tend vers zéro.

A défaut de Tourniquet, l'autre méthode d'étude de la surface focale s'adapte également au cas du volume focal; mais ici son désavantage sera plus grand encore et son emploi assez peu commode.

72. **Mesure de l'angle de champ.** — L'angle de champ peut être défini de diverses manières : si l'on se donne seulement l'objectif, il y aura lieu de distinguer le *champ de visibilité* et le *champ de netteté*. L'angle du champ de visibilité sera celui que font entre eux les axes secondaires des faisceaux les plus obliques qui ne soient pas interceptés par la monture; l'angle du champ de netteté sera celui des axes secondaires des faisceaux les plus obliques qui donnent sur la glace dépolie, d'objets très éloignés, des images nettes en même temps que celle d'un point situé sur l'axe principal.

Quand on se donnera à la fois l'objectif et la chambre noire, le champ de visibilité pourra être réduit à l'angle que font entre elles les lignes joignant le point nodal d'émergence à deux points pris, à la hauteur du centre, aux deux bords de la glace dépolie : c'est l'angle *embrassé par l'appareil*.

(¹) Si l'on admet pour ε la valeur $0^m,000025$.

La valeur de l'angle de champ est donnée en grades par l'étude du volume focal, quand cette étude est faite au moyen du Tourniquet.

L'angle du champ de visibilité est compris entre les deux positions de la manivelle pour lesquelles le micromètre cesse de recevoir de la lumière de l'objectif. Il suffit de lire sa valeur sur l'arc divisé. Il doit être indépendant du diaphragme.

Pour avoir l'angle du champ de netteté, on cherchera à intercaler, dans la section du volume focal et perpendiculairement à OA, une droite de longueur aussi grande que possible, soit EE′: on joindra ensuite EO, E′O (*fig.* 71); l'angle du champ de netteté, avec le diaphragme employé, est l'angle EOE′ : il croît évidemment quand l'ouverture diminue.

On dit souvent aussi que l'objectif *couvre,* avec le diaphragme employé, une surface de diamètre EE′; sur toute cette surface, en effet, le défaut de netteté des images ne sera pas appréciable.

La mesure de l'angle de champ peut se faire facilement dans d'assez bonnes conditions, sans appareil spécial, en montant l'objectif sur une chambre noire ordinaire.

Le rapport obtenu en divisant par la distance focale absolue la demi-longueur de la glace dépolie, si celle-ci est entièrement éclairée, ou, dans le cas contraire, le rayon de cercle éclairé, donne la tangente trigonométrique du demi-angle embrassé par l'appareil ou du demi-angle de champ de visibilité de l'objectif.

Supposons, par exemple, que l'on monte un Aplanat de Steinheil de 240^{mm} de foyer sur une chambre noire 13×18. La glace dépolie sera entièrement éclairée, et le rapport

$$\frac{90}{240} = 0,375$$

représente la tangente du demi-angle embrassé par l'appareil : cet angle est donc de $41°6'40''$, c'est-à-dire sensiblement $41°$.

Pour avoir le champ de netteté, on pointera la chambre noire sur un bâtiment éloigné; on mettra au point à la loupe au centre de la glace, puis on déplacera celle-ci jusqu'à ce que la netteté, sans disparaître au centre, s'étende le plus loin possible vers les

bords. En mesurant la distance des images nettes extrêmes et divisant la moitié de cette distance par la distance focale absolue, on aura la tangente du demi-champ de netteté. Il faudra recommencer cette opération avec les divers diaphragmes.

Il est bon de la faire aussi en prenant une mire située à distance finie, un journal par exemple.

La distance des images nettes extrêmes mesure le diamètre de ce qu'on appelle souvent le *champ rond :* pour que l'objectif considéré, avec le diaphragme employé, *couvre* une glace de dimensions données, il faut que cette glace puisse être comprise tout entière dans le champ rond et, par conséquent, que sa diagonale soit plus petite que le diamètre de ce cercle.

Si nous cherchons, par exemple, parmi les Aplanats grands angulaires pour vues, celui qu'il faudra employer pour couvrir une glace 13×18, nous voyons que, pour le type n° 1, de distance focale $= 96$, le diamètre du champ rond, avec le dernier diaphragme, est 180^{mm}; pour le type n° 2, de distance focale $= 121$, ce diamètre est 250^{mm}. La diagonale d'une glace 13×18 étant de 222^{mm}, nous devrons prendre au moins le type n° 2.

73. Profondeur de champ. — Comme la profondeur de foyer, la profondeur de champ est complètement déterminée par les valeurs de l'ouverture utile et de la distance focale principale.

La mise au point étant faite sur un objet à distance p_1, on aura sur la glace des images nettes de tous objets situés à des distances comprises sensiblement (§ 161) entre

$$p_1\left(1+\varepsilon\frac{p_1-f'}{f'y}\right) \quad \text{et} \quad p_1\left(1-\varepsilon\frac{p_1-f'}{f'y}\right).$$

Supposons, par exemple, que l'on se serve d'un objectif de 290^{mm} de distance focale, avec un diaphragme dont le rayon soit $\frac{1}{20}$ de la distance focale (¹); supposons que l'on ait trouvé pour le rayon d'ouverture utile

$$y = 1{,}09\, r.$$

(¹) On dit en général alors, considérant le diamètre du diaphragme au lieu du rayon, que l'objectif est diaphragmé « au $\frac{1}{10}$ du foyer ». (*Voir* note de la p. 92).

Enfin admettons pour ε la valeur $0^{mm},05$: si l'on a mis au point sur un objet à 5 mètres, on sera au point sur des objets situés à moins de

$$5000\left(1+0,05\,\frac{5000-290}{290\times 14,5\times 1,09}\right)^{mm}=5000\,(1+0,0515)$$

ou à plus de

$$5000\,(1-0,0515),$$

c'est-à-dire à moins de $5^{m},25$ ou à plus de $4^{m},75$.

D'autre part, ce qu'on appelle souvent la *distance hyperfocale*, c'est-à-dire la distance à partir de laquelle un objectif, mis au point sur l'infini, donne des images nettes des objets, est donnée (§ 161) par

$$f\left(1+\frac{\gamma}{\varepsilon}\right).$$

L'objectif que nous venons de prendre pour exemple, diaphragmé comme nous l'avons supposé, mis au point sur l'infini, l'est en même temps pour tous objets situés à une distance supérieure à

$$290^{mm}\left(1+\frac{1,09\times 14,5}{0,05}\right),$$

c'est-à-dire environ 92^{m}.

Cette question de la distance hyperfocale est assez importante, surtout maintenant que s'est généralisé l'usage d'appareils à main, dépourvus de mise au point. Aussi, avons-nous dressé un Tableau donnant la distance hyperfocale en fonction de la distance focale et de l'ouverture. Le calcul a été fait pour des distances focales variant de 20^{mm} entre 100^{mm} et 300^{mm} et pour des ouvertures variant entre $\frac{1}{10}$ et $\frac{1}{90}$ de la distance focale (la fraction représentant le rapport entre le rayon d'ouverture utile de l'objectif et la distance focale); nous avons supposé que l'on adoptait pour ε la valeur $0^{mm},05$, c'est-à-dire que l'on considérait comme réduite à un point toute tache d'un diamètre inférieur à $\frac{1}{10}$ de millimètre.

Les nombres sont écrits en mètres.

f. \ y/f	1/10	1/15	1/20	1/25	1/30	1/35	1/40	1/45	1/50
m	m	m	m	m	m	m	m	m	m
0,100.....	20,10	13,43	10,10	8,10	6,77	5,81	5,10	4,54	4,10
0,120.....	28,92	19,32	14,52	11,64	9,72	8,35	7,32	6,52	5,88
0,140.....	39,34	26,28	19,74	15,82	13,20	11,34	9,94	8,85	7,98
0,160.....	51,36	34,29	25,76	20,64	17,23	14,79	12,96	11,54	10,40
0,180.....	64,98	43,38	32,58	26,10	21,78	18,70	16,38	14,58	13,14
0,200.....	80,20	53,54	40,20	32,20	26,86	23,06	20,20	17,98	16,20
0,220.....	97,02	64,75	48,62	38,94	32,49	27,87	24,42	21,74	19,58
0,240.....	115,44	77,04	57,84	46,32	38,64	33,14	29,04	25,85	23,28
0,260.....	135,46	90,40	67,86	54,34	45,32	38,90	34,06	30,32	27,30
0,280.....	157,08	104,80	78,68	63,00	52,56	45,08	39,48	35,11	31,64
0,300.....	180,30	120,30	90,30	72,30	60,30	51,72	45,30	40,29	36,30

74. Clarté. — Nous avons dit que l'on pouvait définir le *pouvoir photométrique* ou, par abréviation, la *clarté* d'un objectif par le rapport entre l'éclat de l'image qu'il donne d'un objet placé à l'infini sur l'axe principal et l'éclat de l'image que donnerait du même objet un objectif pris pour type (§ 55).

Le coefficient de clarté est l'inverse de la clarté.

Toutes choses égales d'ailleurs, si l'on connaît le temps de pose T, nécessaire pour obtenir avec l'objectif type l'image d'un objet, il faudra, pour calculer le temps de pose nécessaire avec un autre objectif, multiplier T par le coefficient de clarté.

Le Congrès international de 1889 a décidé qu'il serait fait abstrac-

tion des pertes de lumière pour la définition de la clarté et il a choisi comme objectif type celui dans lequel le rapport du *diamètre* d'ouverture utile à la distance focale principale est égale à un dixième (1), pour lequel, par conséquent,

$$\frac{2y}{f} = \frac{1}{10}.$$

Dans ces conditions, nous avons vu (§ 55, note) que, d'un objet lumineux d'éclat E, placé à l'infini sur son axe principal, un objectif dont le rayon d'ouverture utile est y et la distance focale principale f donne une image dont l'éclat est

$$E' = E\pi \frac{y^2}{f^2} = \frac{E\pi}{4}\left(\frac{2y}{f}\right)^2,$$

l'éclat étant mesuré par la quantité de lumière correspondant à l'unité de surface.

De ce même objet, l'objectif type donnera une image dont l'éclat sera

$$E'_1 = \frac{E\pi}{4}\frac{1}{100},$$

et par suite la clarté C du premier objectif sera

$$C = \frac{E'}{E'_1} = 100\left(\frac{2y}{f}\right)^2.$$

Par conséquent, et c'est sous cette forme qu'a été énoncée la décision du Congrès, *l'unité de pouvoir photométrique,* ou *clarté normale,* d'un objectif quelconque est celle qui correspond à l'ouverture, dite normale, définie par la relation

$$\frac{2y}{f} = \frac{1}{10},$$

c'est-à-dire celle qui correspond à l'admission de la lumière par une ouverture dont le diamètre est égal au dixième de la distance focale principale.

Le Congrès avait en vue d'obtenir « l'uniformité dans l'indication de l'effet photométrique des diaphragmes », et, dans ce but, il

(1) *Procès-verbaux et résolutions,* etc., p. 35 et suiv., et p. 60.

a décidé d'appeler *diaphragme normal* ou *diaphragme n*° 1 celui qui réalise l'ouverture normale.

« Ce diaphragme, quelle que soit sa position par rapport à l'objectif, sera déterminé par la condition que le cône des rayons lumineux formant l'image d'un point très éloigné ait pour section axiale un triangle isoscèle dont la base soit le dixième de la hauteur.

» Les autres diaphragmes recevront pour numéro d'ordre l'inverse du rapport de leur surface libre à la surface correspondante du diaphragme normal (1). »

Dans tous les instruments construits sur ces indications, et l'on sait qu'ils devront être munis d'un caractère distinctif (2), aucun calcul ne sera nécessaire pour déterminer la valeur de la clarté avec les divers diaphragmes.

Les numéros qu'ils porteront gravés représenteront les valeurs correspondantes du coefficient de clarté $\frac{1}{C}$. Ils donneront les nombres par lesquels il faudra multiplier le temps de pose nécessaire avec l'ouverture normale pour avoir celui qu'exige le diaphragme considéré, toutes choses étant égales d'ailleurs.

Pour tous les autres instruments, il y aura lieu de calculer la valeur du coefficient de clarté correspondant aux divers diaphragmes; ce calcul n'exige la connaissance que de deux éléments : l'un, que nous avons appris à déterminer, est le rapport $\frac{\gamma}{r}$ du rayon d'ouverture utile au rayon d'ouverture du diaphragme (§ 69); l'autre est le diamètre de chaque diaphragme. Ce diamètre étant $2r$, la clarté sera

$$C = 100 \left(\frac{\gamma}{r}\right)^2 \left(\frac{2r}{l}\right)^2.$$

Dans l'objectif que nous avons déjà pris plusieurs fois comme

(1) *Procès-verbaux et résolutions,* etc., p. 60.

(2) « Le Congrès adopte pour cette marque un soleil formé d'un cercle étoilé à 12 pointes sur fond blanc, entouré de rayons formant gloire.

» Ce soleil pourra porter, en son centre, des inscriptions ou des abréviations rappelant les mots : Congrès international de Photographie ou, plus spécialement, ceux de : Congrès de Paris de 1889. » (*Procès-verbaux et résolutions,* etc., p. 70.)

exemple, nous avions trouvé

$$f = 290, \qquad \frac{\gamma}{r} = 1,09.$$

Avec un diaphragme de 20^{mm} de diamètre, la clarté de cet objectif sera

$$C = 100\,(1,09)^2 \left(\frac{20}{290}\right)^2 = 0,56482,$$

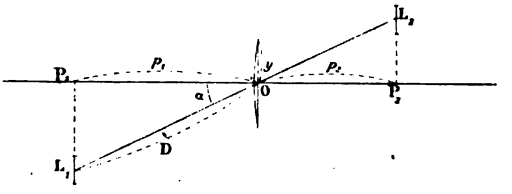
et le coefficient de clarté

$$\frac{1}{C} = 1,7705.$$

Nous avons jusqu'ici considéré la clarté suivant l'axe; il est facile de voir qu'elle diminue rapidement avec l'obliquité.

D'après la formule générale de Bouguer, un petit objet d'éclat E, et de surface S, placé au point L_1, et dirigé perpendiculairement

Fig. 72.



à l'axe, mais à une certaine distance, de façon que son axe secondaire fasse avec l'axe principal un angle α (*fig.* 72), enverra dans l'objectif une quantité de lumière

$$\frac{ES\cos\alpha\,\pi\gamma^2\cos\alpha}{D^2},$$

D étant la distance OL_1; ou, en désignant par p_1 la distance $OP_1 = \frac{D}{\cos\alpha}$

$$ES\,\pi y^2\cos^2\alpha\,\frac{\cos^2\alpha}{p_1^2}.$$

Cette quantité de lumière sera répartie sur l'image, dont la surface est

$$S\,\frac{p_2^2}{p_1^2},$$

et où, par suite, l'éclat sera

$$\frac{E\pi y^2 \cos^4\alpha}{p_2^2} = E\pi y^2 \cos^4\alpha \left(1 - \frac{f}{p_1}\right)^2,$$

et si l'objet est à l'infini,

$$E\pi y^2 \cos^4\alpha,$$

c'est-à-dire, E′ étant l'éclat d'une image formée, toutes choses égales d'ailleurs, sur l'axe principal

$$E' \cos^4\alpha.$$

On voit que la clarté de l'objectif étant C suivant l'axe, sera

$$C \cos^4\alpha$$

dans une direction faisant avec l'axe principal un angle α.

Enfin si, pour la question qu'avait en vue le Congrès international, il n'est pas utile de tenir compte des pertes de lumière, il n'en est pas de même si l'on veut, comme nous nous le proposons dans ce Chapitre, étudier d'une manière complète un objectif déterminé.

Ces pertes de lumière varient avec le mode de construction et avec la nature des verres employés : il en résulte dans l'intensité lumineuse des faisceaux transmis un affaiblissement qui peut être représenté en multipliant par un coefficient convenable A, inférieur à l'unité, le nombre qui exprime la valeur de la clarté. Le produit

$$AC$$

mesurera ce qu'on peut appeler la clarté propre de l'objectif, car, toutes choses égales d'ailleurs, il caractérisera l'instrument considéré.

La valeur moyenne de A paraît être de $\frac{5}{6}$ dans les objectifs doubles, suivant l'axe principal; il diminue quand augmente le nombre des surfaces en contact avec l'air et par suite est notablement moindre dans les objectifs simples : il dépend de la transparence et de la limpidité des verres employés. Il varie aussi, pour un même instrument, avec l'obliquité du faisceau lumineux.

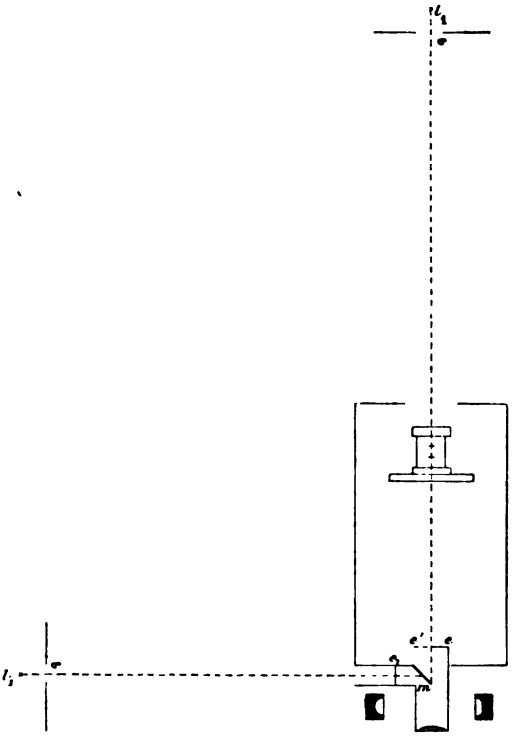
Il est malheureusement très difficile de définir nettement et de mesurer exactement ce coefficient A, parce que l'affaiblissement

de l'intensité lumineuse porte inégalement sur les diverses radiations qui se propagent dans le faisceau.

Nous allons cependant indiquer une méthode qui permet d'en obtenir une mesure approchée. Elle est due à M. le Commandant Moëssard et utilise le *Tourniquet*.

On substitue au micromètre, à l'arrière de la chambre, un petit

Fig. 73.



appareil comprenant un oculaire et deux écrans en verre mince dépoli, noircis à l'exception d'un demi-cercle translucide : l'un des écrans est au foyer de l'oculaire, en e (*fig.* 73) ; l'autre est placé sur le côté, dans une direction rectangulaire, en e_1, mais un petit miroir plan m, incliné à 45°, en donne une image e' qui se juxtapose à e : de sorte que l'on voit nettement, à travers l'oculaire, un cercle lumineux dont une des moitiés est l'image de e, l'autre

l'image de e'. Le demi-cercle e est éclairé, à travers l'objectif, par une lampe à acétate d'amyle l placée suivant l'axe de l'appareil dans une position fixe. Le point nodal d'émergence de l'objectif a été amené sur l'axe de rotation et le tirage de la chambre réglé de telle façon que l'image de la flamme se fasse en e.

Le demi-cercle e_1 est directement éclairé par une lampe l_1 identique à la première et placée à une distance variable d. Les flammes des deux lampes sont limitées par des écrans opaques percés d'ouvertures identiques, de surface σ.

Évaluons l'intensité lumineuse sur l'unité de surface des deux demi-cercles.

La lampe l_1, dont l'éclat intrinsèque est E par exemple, envoie sur e_1 dont la surface est s, une quantité de lumière

$$\frac{E\sigma s}{d^2}.$$

Le miroir en renvoie sur e' une fraction

$$\frac{E\sigma s}{d^2} M,$$

M étant son pouvoir réflecteur, et l'intensité lumineuse, sur l'unité de surface de e', sera

$$I' = \frac{E\sigma}{d^2} M.$$

La lampe l envoie à l'objectif, dont le rayon d'ouverture utile est y, une quantité de lumière

$$\frac{E\sigma\pi y^2}{p_1^2},$$

p_1 étant exactement la distance de la lampe l au point nodal d'incidence, mais sensiblement sa distance à l'axe de rotation.

L'objectif transmet

$$\frac{E\sigma\pi y^2}{p_1^2} A,$$

et cette lumière se répartit sur la surface de l'image, qui est

$$\sigma \frac{p_2^2}{p_1^2},$$

p_2 étant la distance de l'écran e à l'axe de rotation. L'intensité lumineuse sur e sera donc

$$I = E\pi y^2 A \frac{1}{p_2^2}.$$

Si l'on fait varier d jusqu'à ce que le cercle ee' paraisse uniformément éclairé, on aura $I = I'$, c'est-à-dire

$$\pi y^2 A \frac{1}{p_2^2} = \sigma M \frac{1}{d^2}.$$

1° Ceci posé, on pourra d'abord déterminer facilement le champ d'égale clarté de l'objectif. Il semble au premier abord, d'après ce que nous avons dit de la variation de C avec l'obliquité, que ce champ doive être réduit à un angle assez petit pour que $1 - \cos^4\alpha$ soit négligeable ; mais la variation de A peut compenser plus ou moins exactement celle de C, et cette compensation est une des conditions que l'on cherche à réaliser dans la construction de l'objectif photographique (§ 55); on fera tourner la manivelle, de 10° en 10°, jusqu'au moment où le demi-cercle e paraîtra sombre par rapport à e'. L'angle des positions extrêmes de la manivelle de part et d'autre du zéro mesure l'angle du champ d'égale clarté.

2° On pourra d'autre part comparer les valeurs de A pour deux objectifs, en les substituant l'un à l'autre dans l'appareil et en amenant chaque fois, par un tirage convenable de la chambre, l'image donnée par l'objectif à se former sur e, et, par un réglage convenable de la distance d, le cercle ee' à paraître uniformément éclairé.

On aura alors, avec le premier objectif,

$$\pi y^2 A \frac{1}{p_2^2} = \sigma M \frac{1}{d^2},$$

avec le second,

$$\pi y'^2 A' \frac{1}{p_2'^2} = \sigma M \frac{1}{d'^2},$$

d'où

$$\frac{A}{A'} = \frac{d'^2}{d^2}\frac{p_2^2}{p_2'^2}\frac{\gamma'^2}{\gamma^2}.$$

3° Enfin nous pourrons calculer pour un objectif donné la valeur de A ou celle de AC si nous connaissons la valeur de M :

$$A = \frac{\sigma M}{\pi}\frac{1}{d^2}\frac{p_2^2}{\gamma^2}.$$

De là, comme, en désignant par f la distance focale principale de l'objectif, nous avons

$$p_2 = \frac{p_1 f}{f - p_1},$$

nous tirons

$$A = \frac{\sigma M}{\pi}\frac{1}{d^2}\frac{p_1^2}{(f-p_1)^2}\frac{f^2}{\gamma^2},$$

et comme $C = 400\frac{\gamma^2}{f^2}$,

$$AC = \frac{\sigma M}{\pi}\frac{1}{d^2}\frac{p_1^2}{(f-p_1)^2} \times 400.$$

Or on aura facilement M en supprimant l'objectif, de façon à éclairer directement e (e' restant éclairé par l'intermédiaire du miroir) et en réglant les distances des deux lampes pour avoir un égal éclairement : si d et D sont alors les distances respectives de l_1 à e_1 et de l à e,

$$\frac{M}{d^2} = \frac{1}{D^2}, \qquad M = \frac{d^2}{D^2},$$

et enfin

$$AC = \frac{\sigma}{\pi}\frac{1}{D^2}\frac{p_1^2}{(f-p_1)^2} \times 400.$$

Seulement cette étude est faite pour les radiations de la flamme d'acétate d'amyle; elle ne donne, au point de vue des radiations photogéniques, que des indications approchées, et il paraît très

difficile de modifier la méthode de façon à avoir ce qu'on pourrait appeler la valeur photogénique de A (1).

II. — ESSAI DE L'OBJECTIF.

L'essai proprement dit de l'objectif doit porter sur un certain nombre de points :

1° Centrage.
2° Travail des surfaces.
3° Position des diaphragmes.
4° Achromatisme.
5° Aplanétisme.
6° Astigmatisme.
7° Distorsion.
8° Tache centrale.

Tous ces essais peuvent être faits très commodément à l'aide de l'appareil de M. Moëssard; nous indiquerons également, quand cela sera possible, des méthodes qui n'en nécessitent pas l'emploi.

---

(1) Une autre méthode a été indiquée par M. de la Baume Pluvinel : elle ne présente pas le même inconvénient, mais elle suppose implicitement que la clarté est égale dans tout le champ de netteté de l'objectif, ce qui n'est pas forcément exact.

Elle consiste à placer au foyer principal de l'objectif une plaque sensible appliquée sous un sensitomètre de Warnerke (plaque transparente divisée en cases numérotées de 1 à 25 et recouvertes d'un nombre, égal au numéro qu'elles portent, de couches de gélatine teintée avec du noir de fumée) et à exposer l'objectif à la lumière du ciel.

En faisant l'opération successivement avec deux objectifs, prenant des plaques identiques, que l'on expose pendant le même temps, et développant ensemble les deux plaques, on aura, $(AC)_1$ et $(AC)_2$ étant les clartés propres des deux objectifs, N_1 et N_2 les derniers nombres lisibles sur les deux clichés,

$$\frac{(AC)_1}{(AC)_2} = \left(\frac{4}{3}\right)^{N_1 - N_2}.$$

L'établissement de cette formule exigerait des développements qui ne pourraient trouver leur place ici, et pour lesquels je renvoie le lecteur à l'intéressant ouvrage de M. de la Baume Pluvinel, *Le Temps de pose* (Paris, Gauthier-Villars et fils; 1890).

75. Centrage. — Nous avons toujours supposé que l'objectif était centré, c'est-à-dire que les centres de courbure de toutes les surfaces étaient sur l'axe principal.

Le Tourniquet met immédiatement en évidence tout défaut de centrage.

Un tel défaut aura en effet pour conséquence un déplacement du point nodal d'émergence, qui ne sera plus sur l'axe de figure de l'objectif et, par conséquent, ne sera plus sur l'axe de rotation du Tourniquet, sauf pour deux positions particulières de l'objectif, positions symétriques et pour lesquelles il sera soit exactement au-dessus, soit exactement au-dessous de l'axe de figure.

Il en résulte que, sauf pour ces deux positions particulières, on ne pourra pas obtenir l'immobilité de l'image.

Si donc, en donnant successivement diverses positions à l'objectif dans sa rondelle et agissant chaque fois sur la manivelle, cette immobilité obtenue pour l'une des positions peut l'être aussi pour toutes les autres, c'est que l'objectif est bien centré. Si, au contraire, on ne peut l'obtenir que pour deux positions symétriques l'une de l'autre, c'est que le centrage est imparfait.

Le même essai peut être fait, sans appareil spécial, par une observation très simple et qui a été indiquée par Wollaston pour les systèmes optiques composés en général. On regarde à travers l'objectif une bougie placée à une certaine distance; par suite des réflexions qui se produisent sur les diverses faces, on voit une série d'images qu'il est toujours possible d'amener sur une même ligne droite pour une position convenable de l'objectif et de l'œil si le système est bien centré, tandis qu'il n'est pas possible de le faire si le centrage est mauvais.

76. Travail des surfaces. — Les défauts dans le travail des surfaces sont mis en évidence par les opérations qui servent à déterminer la position des points nodaux et à étudier la surface focale principale, à l'aide du Tourniquet (§ 70).

Après avoir en effet déterminé la position des points nodaux, l'objectif étant vissé à fond dans sa rondelle, on le dévissera un peu, de façon à le faire tourner d'un angle de trente degrés par exemple, on

cherchera de nouveau les points nodaux et on les marquera sur la monture; on fera de même pour plusieurs positions successives; les points marqués devront, si les surfaces sont bien travaillées et l'objectif bien construit, être exactement distribués sur deux cercles perpendiculaires à l'axe principal.

De même, en déterminant pour chaque position la méridienne de la surface focale, on devra trouver des courbes identiques dans les opérations successives (1).

77. **Position des diaphragmes.** — Si les diaphragmes sont bien placés, le champ de visibilité (§ 72) sera indépendant de leur diamètre; si, au contraire, on constate que, lorsqu'on introduit des diaphragmes de plus en plus petits, le champ de visibilité éprouve une diminution sensible, c'est que leur position est défectueuse.

78. **Achromatisme.** — Le procédé le plus simple pour vérifier l'achromatisme d'un objectif est de le monter non diaphragmé, sur une chambre noire, de disposer devant l'appareil, dans une direction oblique à l'axe principal, une bande plane portant une série de caractères, des lettres par exemple, également espacées; on met au point, à la loupe, sur un de ces caractères, puis on substitue à la glace dépolie une glace sensible : après développement, on doit observer que le maximum de netteté se retrouve, dans l'image, sur le caractère choisi.

L'emploi, comme mire, du focimètre, ou mieux du test-focimètre de M. Fabre permet, jusqu'à un certain point, de mesurer l'aberration chromatique si elle n'est pas convenablement corrigée. Les deux appareils comprennent une série de secteurs, implantés, à des distances égales et connues, sur une même tige cylindrique que l'on place suivant l'axe principal de l'objectif; les secteurs ne

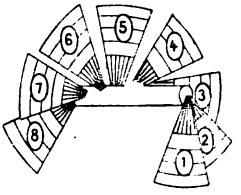
(1) Cette étude de la surface focale décèlera aussi, s'il y a lieu, un défaut très grave, celui de la non homogénéité des verres.

Dans un grand nombre d'objectifs à bon marché, les lentilles sont obtenues par moulage; on amène le verre à l'état pâteux et on le moule par compression : de là des modifications locales qui détruisent l'homogénéité du verre. Si ce défaut existe dans l'objectif examiné, on en sera averti par des irrégularités dans la surface focale.

se masquent pas, et l'ensemble de leurs projections sur un plan perpendiculaire à la tige forme un cercle complet.

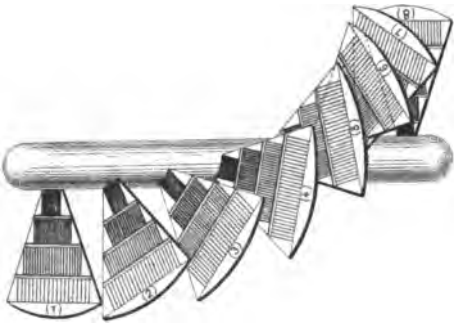
Chaque secteur porte, dans le focimètre (*fig.* 74), un chiffre

Fig. 74.



différent et, dans le test-focimètre (*fig.* 75), présente en outre une série de bandes concentriques formées par des hachures radiales

Fig. 75.



dont l'épaisseur est la même et dont l'écartement va en croissant du centre à la périphérie.

On met au point, toujours sans diaphragme, sur l'un des secteurs; on substitue à la glace dépolie une glace sensible, on pose et l'on développe : on cherche alors sur l'image quel est le secteur pour lequel la netteté est la plus grande, et cette détermination pourra, avec le test-focimètre, se faire avec beaucoup de précision : la distance, suivant la tige, de ce secteur à celui sur lequel a été faite la mise au point, donne la distance du foyer physique au foyer chimique, c'est-à-dire du foyer des rayons jaunes à celui des rayons chimiquement actifs.

Mais la mesure se fait beaucoup mieux en appliquant, avec l'appareil de M. Moëssard, une méthode due à M. A. Martin.

On vise, à travers l'objectif, une fente rectangulaire étroite et à bords nets, pratiquée dans un écran opaque que l'on place verticalement devant une surface blanche bien éclairée; la fente est traversée horizontalement par un fil fin. On met au point l'image de la fente sur le micromètre; puis on remplace l'oculaire du micromètre par un spectroscope à vision directe, pouvant se déplacer suivant son axe au moyen d'une crémaillère, et dont le déplacement est mesuré par celui d'un index sur une division. Quand l'index est au zéro de la division, le spectroscope est au point sur le micromètre.

Si la fente lumineuse se trouvait elle-même à la place du micromètre, on verrait dans le spectroscope un spectre horizontal dont les bords, supérieur et inférieur, seraient bien nets, et, traversant toute la longueur du spectre, une ligne sombre, également nette sur toute son étendue, qui serait l'image du fil : le spectroscope, en effet, est toujours au point en même temps sur les diverses images colorées d'un même objet.

Mais ce que nous visons en réalité avec le spectroscope, c'est l'image donnée de la fente par l'objectif : elle est formée par la superposition imparfaite des images données par les différentes couleurs, et dont une seulement si l'achromatisme de l'objectif n'est pas réalisé, deux seulement dans le cas contraire, se forment exactement sur le micromètre. Le spectroscope donne de ces diverses images, en apparence superposées, des images nouvelles qui se font à côté les unes des autres, et dont l'ensemble constitue le spectre : la mise au point ne sera exacte que pour celles qui sont formées exactement sur le micromètre, et la netteté des bords et de la ligne transversale n'existera que pour les couleurs correspondantes. Si donc l'achromatisme n'est pas réalisé, la netteté n'existera que pour la partie jaune du spectre, et l'on aura la mesure de l'aberration par la somme des déplacements qu'il faudra donner au spectroscope pour obtenir successivement la netteté dans les deux couleurs extrêmes. Si, au contraire, l'objectif est achromatique, la netteté s'observera à la fois dans deux régions différentes du spectre, et l'on verra immédiatement quelles sont

les deux couleurs dont les foyers se superposent exactement (¹).

L'opération que nous venons de décrire pourrait évidemment se faire sans le Tourniquet, en recevant l'image de la fente au centre du verre dépoli d'une chambre noire, et en appliquant, en ce point, l'extrémité d'un spectroscope à tirage; mais l'appareil de M. Moëssard, outre qu'il rend l'expérience plus facile et plus précise, permet de répéter l'essai dans diverses directions obliques à l'axe principal et de mesurer ce qu'on peut appeler le *champ achromatique,* c'est-à-dire l'angle des faisceaux extrêmes pour lesquels l'objectif est exempt d'aberration de réfrangibilité.

79. **Aplanétisme.** — Pour savoir si un objectif est aplanétique, le procédé le plus simple consiste à le monter, non diaphragmé, sur une chambre noire et à diriger son axe principal sur un objet assez éloigné présentant des détails nets; puis on recouvre avec un anneau de papier opaque, appliqué contre la lentille d'avant, la portion périphérique de l'objectif; on met au point, on substitue à la glace dépolie une glace sensible; on pose et l'on développe : puis on met une nouvelle glace sensible et l'on pose de nouveau, mais en masquant cette fois la partie centrale de l'objectif avec le disque de papier dont l'enlèvement a donné le vide de l'anneau. La netteté de la nouvelle image, formée exclusivement par les rayons marginaux, doit être, si l'objectif est rigoureusement aplanétique, aussi parfaite que celle de la première, uniquement due aux rayons centraux.

80. **Astigmatisme.** — En général, quand on se sert d'un objectif très peu diaphragmé, et que l'on met au point au centre de la glace dépolie, les bords de l'image manquent de netteté : si alors on fait avancer un peu la glace dépolie, ou bien on arrivera à obtenir la netteté sur les bords en la perdant au centre, ou bien des images resteront troubles sur les bords pour toutes les positions de la glace.

(¹) Nous avons vu qu'au point de vue photographique, le meilleur choix des couleurs à superposer serait celui qui réunirait le bleu et le violet, mais que, à cause des besoins de la mise au point, on choisissait en général le jaune de la raie D et le violet de la raie G.

Dans le premier cas, l'effet observé est dû à la courbure de la surface focale; dans le second, c'est que l'astigmatisme est mal corrigé, ce qui est beaucoup plus grave.

Nous avons vu (§ 39) que l'astigmatisme consistait en un dédoublement de l'image d'un point, et que les deux images étaient deux petites droites lumineuses rectangulaires inégalement distantes de l'objectif : ce sont les lignes focales; l'une d'elles est toujours dirigée vers l'axe principal : il en résulte que, pour un point situé dans le plan horizontal qui passe par l'axe principal, l'une des lignes sera horizontale, tandis que l'autre sera verticale.

Ceci posé, examinons l'image donnée, par un objectif mal corrigé de l'astigmatisme, d'un réseau formé de raies verticales et horizontales, l'image se formant sur le bord du champ à la hauteur de l'axe. Chaque point du réseau donnera deux lignes focales : si la glace dépolie est amenée à la distance où se forment les lignes focales horizontales, il arrivera que les lignes focales correspondant à des points voisins pris sur une raie horizontale de l'objet se superposeront en grande partie, tandis que celles qui correspondent à des points voisins pris sur une raie verticale se juxtaposeront; d'ailleurs elles ne seront pas nettes; par suite, dans l'image du réseau, les raies horizontales prendront une importance prépondérante, étant beaucoup plus éclairées; inversement, les raies verticales l'emporteront si la glace dépolie est amenée dans la région où se forment les lignes focales verticales.

Si donc on examine à la loupe l'image d'un semblable réseau, formée sur les bords du champ, à la hauteur de l'axe, on observera en déplaçant lentement la glace dépolie que les lignes verticales d'une part, les lignes horizontales d'autre part prennent successivement une importance exagérée. Le phénomène se produira avec une netteté frappante si l'observation est faite avec le Tourniquet : il suffit de viser une cheminée, par exemple, ou mieux un mur en briques à joints blancs, bien éclairé.

81. **Distorsion.** — Nous avons vu (§ 53) que la distorsion avait pour effet de déformer les images sur les bords du champ, les distendant si la distorsion est *en croissant* ou *en dehors,* les ramassant au contraire si elle est *en barillet* ou *en dedans*. Le phéno-

mène n'est d'ailleurs généralement sensible qu'à une certaine distance de l'axe.

En photographiant un réseau à mailles rectangulaires placé bien normalement à l'axe principal de l'objectif, on constatera sur l'image les effets de la distorsion pour peu qu'elle ait une certaine importance.

L'étude de la distorsion et sa mesure se font très bien avec le Tourniquet.

Supposons d'abord qu'on ait affaire à un objectif dans lequel la distorsion ne soit sensible qu'à quelque distance de l'axe; voici ce que nous observerons :

Nous obtiendrons facilement, pour une position convenable de l'objectif, l'immobilité de l'image pour des mouvements pas trop grands de la manivelle de part et d'autre du zéro. A ce moment, le point nodal est sur l'axe de rotation. Mais, si nous écartons davantage la manivelle du zéro, l'image se mettra en mouvement, dans le sens de la rotation si la distorsion est *en croissant,* en sens inverse si elle est *en barillet;* c'est un mouvement apparent, uniquement dû à la distorsion ou au resserrement de l'image; par le déplacement apparent de l'image, mesuré à partir du zéro du micromètre, on mesure l'effet de la distorsion correspondant à l'obliquité du faisceau incident, celle-ci étant elle-même mesurée par la distance angulaire de la manivelle au zéro de de l'arc gradué.

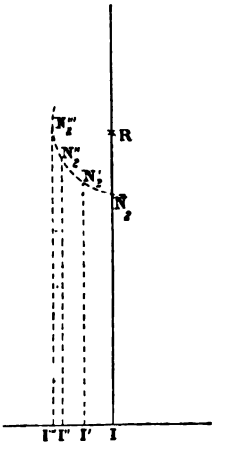
Si la distorsion est sensible au voisinage même de l'axe, nous ne pourrons plus, quand le point nodal sera sur l'axe de rotation, obtenir l'immobilité de l'image même pour de petits mouvements de la manivelle : examinons alors ce qui doit se passer.

Supposons d'abord que le point nodal soit en arrière de l'axe de rotation et que la distorsion soit en croissant : le mouvement de la manivelle produira un mouvement de l'image dans le sens de la rotation; ce mouvement, pour un même déplacement angulaire de la manivelle, sera maximum aux environs du zéro, les déplacements II', $I'I''$ de l'image étant les projections, sur le micromètre, des arcs égaux, mais d'obliquité croissante, $N_2 N'_2$, $N'_2 N''_2$ (*fig.* 76) que décrit le point nodal autour de l'axe de rotation R : la distorsion produira un autre mouvement de l'image, dans le même sens, mais qui, lui, croîtra à partir du zéro : il s'ajoutera au

premier, et l'on n'observera en somme qu'un seul mouvement de l'image, dans le sens de la rotation.

On agira alors sur la vis sans fin de l'appareil pour rapprocher le point nodal de l'axe de rotation : quand il l'aura atteint, le mouvement apparent dû à la distorsion subsistera seul; quand il l'aura dépassé, le mouvement réel dû au déplacement du point nodal dans la rotation de l'objectif reparaîtra, mais en changeant

Fig. 76.



de sens, et se retranchera du mouvement apparent; il ira en croissant, et deviendra très vite prépondérant au voisinage du zéro, tandis que, la manivelle s'écartant du zéro, c'est le mouvement apparent qui l'emportera : de sorte qu'on verra l'image *osciller;* on sera ainsi averti que le point nodal a dépassé l'axe de rotation, et on l'y ramènera en changeant le sens du réglage, de façon à faire disparaître les oscillations.

Des phénomènes semblables, mais de sens inverse, se produiront dans les autres cas, et il sera toujours facile d'amener le point nodal sur l'axe; les déplacements de l'image donneront alors la mesure de la distorsion.

La méthode donne immédiatement l'angle du *champ exempt de distorsion :* il est compris entre les deux positions extrêmes

que peut prendre la manivelle sans que l'image semble perdre son immobilité.

82. **Tache centrale**. — On s'apercevra immédiatement de l'existence d'une tache centrale (§ 55, note) en montant l'objectif sur une chambre noire et en pointant l'appareil sur le ciel après avoir amené la glace dépolie au foyer principal. Il faut faire attention d'ailleurs à ce que la face postérieure des diaphragmes ne soit jamais brillante, car il se produirait sur cette face des réflexions de lumière qui donneraient lieu à une sorte de tache centrale alors que l'objectif par lui-même n'en formerait pas.

SECONDE PARTIE.

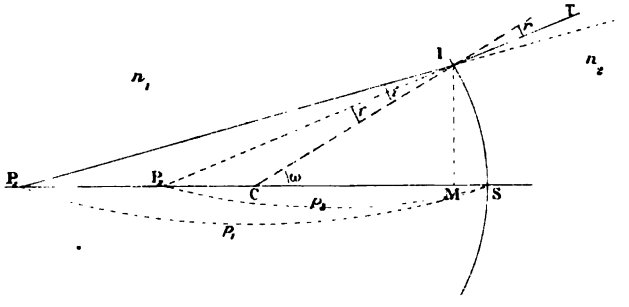
CHAPITRE VII.

RÉFRACTION PAR UNE SURFACE SPHÉRIQUE. (RAYONS CENTRAUX).

83. Foyers conjugués. — Considérons deux milieux, d'indice n_1 et n_2, séparés par une surface sphérique de centre C : nous supposerons cette surface limitée à une calotte sphérique de sommet S, et nous appellerons axe principal le rayon CS de la sphère qui passe par le sommet.

Soient un point lumineux P_1 (*fig.* 77), situé sur l'axe principal,

Fig. 77.



et un rayon émané de ce point et compris dans le plan du tableau. Il rencontre la surface en un point I, en faisant un angle i avec la normale CI ; si nous supposons par exemple $n_2 > n_1$, la réfraction rapprochera de la normale le rayon lumineux, qui sera dirigé suivant IT, faisant avec CI un angle r tel que

$$n_1 \sin i = n_2 \sin r ;$$

la direction IT rencontre l'axe principal au point P_2, dont nous allons déterminer la position.

Soit ω l'angle ICS; dans le triangle P_1IC, on a

$$\frac{P_1I}{\sin\omega} = \frac{P_1C}{\sin i}; \tag{23}$$

dans le triangle P_2IC,

$$\frac{P_2I}{\sin\omega} = \frac{P_2C}{\sin r}, \tag{24}$$

d'où, divisant membre à membre,

$$\frac{P_2I}{P_1I} = \frac{\sin i}{\sin r}\frac{P_2C}{P_1C},$$

$$\frac{P_2I}{P_1I} = \frac{n_2}{n_1}\frac{P_2C}{P_1C}. \tag{25}$$

Désignons par R le rayon de la sphère, par p_1 la distance P_1S du point lumineux au sommet, et par p_2 la distance P_2S.

Si ω est petit, c'est-à-dire si le rayon P_1I s'écarte très peu de l'axe principal, P_2I et P_1I diffèreront peu de P_2S et P_1S, et nous pourrons les remplacer par p_2 et p_1 dans l'équation (25) qui deviendra alors

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{n_2}{n_1}\frac{p_2 - R}{p_1 - R}. \tag{26}$$

Il est facile, en cherchant la vraie valeur de P_1I et de P_2I, de voir quelle est l'approximation que nous avons faite.

Abaissons la perpendiculaire IM sur l'axe principal

$$P_1I = \sqrt{\overline{IM}^2 + \overline{P_1M}^2} = \sqrt{\overline{IM}^2 + (P_1C + CM)^2}.$$

Mais

$$CM = \sqrt{\overline{CI}^2 - \overline{IM}^2}$$

ou, en désignant IM par y,

$$CM = \sqrt{R^2 - y^2},$$

d'où

$$P_1I = \sqrt{y^2 + (p_1 - R + \sqrt{R^2 - y^2})^2};$$

de même

$$P_2I = \sqrt{y^2 + (p_2 - R + \sqrt{R^2 - y^2})^2}.$$

En prenant $P_1I = p_1$ et $P_2I = p_2$, nous avons négligé y^2. Dans l'équation (26) chassons les dénominateurs : il vient

$$n_1 p_1 p_2 - n_1 p_2 R = n_2 p_1 p_2 - n_2 p_1 R,$$
$$n_1 p_2 R - n_2 p_1 R = (n_1 - n_2) p_1 p_2$$

ou, divisant par $p_1 p_2 R$,

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = -\frac{n_2 - n_1}{R}. \tag{27}$$

La valeur de p_2 et, par suite, la position du point P_2 sont donc indépendantes de la position du point I : par conséquent tous les rayons émanés du point P_1 et s'écartant peu de l'axe principal passeront, après réfraction, par le point P_2 : ce sera l'*image* de P_1.

L'équation reste la même si l'on change p_1 en p_2 et n_1 en n_2, ce qui montre que les rayons, se propageant dans le second milieu suivant des directions qui passent par P_2, prendront dans le premier des directions passant par P_1 : en d'autres termes, que P_1 est l'image de P_2.

Les deux points P_1 et P_2 sont donc conjugués ; on les appelle des *foyers conjugués*.

84. Convention de signes. — La relation (27) est absolument générale, et s'applique à tous les cas qui peuvent se présenter, pourvu que l'on convienne de considérer les longueurs p_1 p_2 et R comme positives quand elles sont placées, par rapport à la surface, du côté de la lumière incidente, et comme négatives en cas contraire. Dans toute cette étude, nous définirons de même le sens positif, c'est-à-dire que *toute longueur sera considérée comme positive quand elle sera située, par rapport à son origine, du côté d'où vient la lumière, c'est-à-dire à gauche de son origine, puisque dans toutes nos figures la lumière est supposée venir de la gauche.*

Grâce à cette convention, toutes nos formules seront de même absolument générales.

85. Foyers principaux. — Si dans l'équation (27) nous faisons

$p_1 = \infty$, elle devient

$$\frac{n_2}{p_2} = \frac{n_2 - n_1}{R}.$$

Si nous faisons $p_2 = \infty$,

$$\frac{n_1}{p_1} = -\frac{n_2 - n_1}{R}.$$

Nous désignerons par f_2 et f_1 ces valeurs particulières de p_1 et p_2 :

$$(28) \qquad f_2 = \frac{n_2 R}{n_2 - n_1}, \qquad f_1 = -\frac{n_1 R}{n_2 - n_1}.$$

Ce sont les *distances focales principales :* elles déterminent les distances à la surface des *foyers principaux* F_1 et F_2, le second étant le sommet du cône que forment, après réfraction, des rayons

Fig. 78.

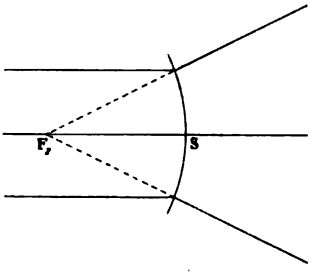
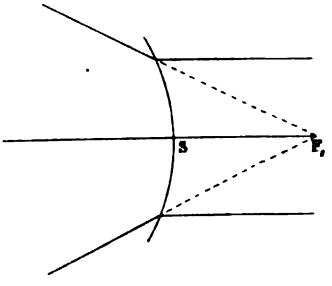


Fig. 78 *bis*.



incidents parallèles à l'axe (*fig.* 78); le premier, le sommet du cône que forment les rayons incidents qui, après réfraction, deviennent parallèles à l'axe (*fig.* 78 *bis*).

Remarquons que

$$(29) \qquad \frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}.$$

Donc les deux foyers principaux sont forcément situés de part et d'autre de la surface, et les valeurs absolues de leurs distances à la surface sont dans le rapport des indices.

Remarquons aussi que $f_1 + f_2 = R$.

86. Autres formes de l'équation fondamentale. Équation de Newton. — On peut donner à l'équation (27) d'autres formes qui seront plus commodes dans certains cas.

Substituons à n_1 et à n_2 leurs valeurs en fonction de f_1 et de f_2. Nous avons ainsi

$$-\frac{(n_2-n_1)f_1}{p_1 R}-\frac{(n_2-n_1)f_2}{p_2 R}=-\frac{n_2-n_1}{R}$$

et l'équation devient

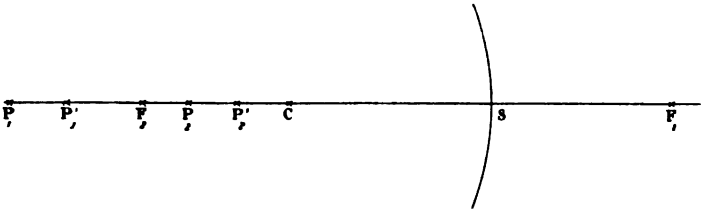
$$\frac{f_1}{p_1}+\frac{f_2}{p_2}=1. \qquad (27\ bis)$$

Pour établir cette relation (27 *bis*), de même que pour la relation (27), nous avons pris comme origine le point où l'axe coupe la surface réfringente. Il est facile de voir que la forme de l'équation

$$\frac{f_1}{p_1}+\frac{f_2}{p_2}=1$$

subsiste si l'on rapporte les distances du point lumineux et du foyer principal F_1 à un point quelconque P'_1 de l'axe, et celles de

Fig. 79.



l'image et du foyer principal F_2 à l'image P'_2 donnée, de P'_1 par la surface, et si l'on convient de compter toujours les distances comme positives quand elles sont dirigées, à partir des points pris comme origines, du côté de la lumière incidente.

Soient, par exemple (*fig.* 79), P'_1 et P'_2 deux foyers conjugués quelconques. Nous désignerons par π_1 et φ_1 les distances de P_1 et de F_1 à P'_1; par π_2 et φ_2 les distances de P_2 et de F_2 à P'_2.

P_1 et P_2 étant conjugués, nous avons

$$\frac{f_1}{p_1}+\frac{f_2}{p_2}=1. \qquad (30)$$

P'_1 et P'_2 étant également conjugués, nous avons aussi

$$\frac{f_1}{p'_1}+\frac{f_2}{p'_2}=1. \tag{31}$$

Je dis que l'on a

$$\frac{\varphi_1}{\pi_1}+\frac{\varphi_2}{\pi_2}=1.$$

En vertu des conventions faites sur les signes, nous avons, dans la *fig.* 79,

$$\begin{cases} p_1=p'_1+\pi_1, \\ p_2=p'_2+\pi_2, \end{cases} \tag{32}$$

$$\begin{cases} -\varphi_1=-f_1+p'_1, \\ \varphi_2=f_2-p'_2. \end{cases} \tag{33}$$

Remplaçons p_1 et p_2 par leurs valeurs dans (30) :

$$\frac{f_1}{p'_1+\pi_1}+\frac{f_2}{p'_2+\pi_2}=1.$$

Chassant les dénominateurs et développant,

$$f_1p'_2+f_1\pi_2+f_2p'_1+f_2\pi_1=p'_1p'_2+p'_1\pi_2+p'_2\pi_1+\pi_1\pi_2.$$

Mais nous avons aussi (31)

$$f_1p'_2+f_2p'_1=p'_1p'_2.$$

Retranchant membre à membre et ordonnant,

$$\pi_2(f_1-p'_1)+\pi_1(f_2-p'_2)=\pi_1\pi_2,$$

c'est-à-dire

$$\pi_2\varphi_1+\pi_1\varphi_2=\pi_1\pi_2,$$

ou enfin

$$\frac{\varphi_1}{\pi_1}+\frac{\varphi_2}{\pi_2}=1. \tag{27 *ter*}$$

C'est la véritable équation générale, et (27 *bis*) n'en est qu'une forme particulière : nous avions pris comme origine unique le sommet : mais un point lumineux situé au sommet donne une image confondue avec lui ; nous avions donc bien deux origines, et c'étaient deux foyers conjugués, mais elles étaient confondues.

Nous pourrons de même prendre comme origine unique le centre de la surface, car le centre est, lui aussi, confondu avec son image.

Enfin on peut donner à la relation générale des foyers conjugués

une forme très commode que l'on désigne sous le nom d'*équation de Newton*.

Désignons par q_1 et q_2 les distances des points P_1 et P_2 aux foyers principaux correspondants, qui sont ici affectés des mêmes indices, et convenons, en vertu de notre convention générale, de les considérer comme positives quand elles seront comptées, à partir de ces foyers, du côté de la lumière incidente.

Les distances f_1 et f_2, p_1 et p_2 étant toujours comptées à partir du sommet de la surface, nous avons (*fig.* 79)

$$p_1 = q_1 - (-f_1) = q_1 + f_1,$$
$$p_2 = f_2 - (-q_2) = q_2 + f_2.$$

Substituant dans (27 *bis*), il vient

$$\frac{f_1}{q_1 + f_1} + \frac{f_2}{q_2 + f_2} = 1;$$

développant,

$$f_1 q_2 + f_1 f_2 + q_1 f_2 + f_1 f_2 = q_1 q_2 + q_1 f_2 + f_1 q_2 + f_1 f_2,$$

et enfin

(27 *quater*) $$q_1 q_2 = f_1 f_2.$$

87. **Axes secondaires.** — L'axe principal ne diffère en rien d'essentiel des autres rayons de la sphère dont fait partie la surface; il ne peut donc jouir d'aucune propriété qui n'appartienne également aux autres, et, par suite, tout ce que nous venons de voir s'appliquera non seulement à un point lumineux situé sur l'axe principal, mais encore à tout autre point lumineux. Nous appellerons *axe secondaire* celui des rayons de la sphère qui passe par le point : les rayons lumineux émanés du point et s'écartant peu de l'axe secondaire donneront sur cet axe, après réfraction, un point de concours unique, et les distances, à la surface, du point et de son image, mesurées sur cet axe, seront reliées par l'équation (27), prise sous l'une quelconque de ses formes.

88. **Plans focaux principaux.** — Nous aurons en particulier sur chacun des axes secondaires deux foyers, dits secondaires, dont les distances à la surface seront les mêmes que celles des foyers princi-

paux. Le lieu des foyers antérieurs et celui des foyers postérieurs seront donc des portions de sphères concentriques à la surface, et coupant l'axe principal aux foyers principaux.

Si nous ne considérons que des axes secondaires très peu écartés de l'axe principal, ces surfaces focales seront réduites à de très petites portions, qui pourront être considérées comme des plans perpendiculaires à l'axe principal, et que nous appellerons *plans focaux principaux*. Mais il est bien entendu que des rayons lumineux parallèles entre eux ne donneront leur point de concours dans un des plans focaux principaux que s'ils sont très peu obliques par rapport à l'axe principal, et que, par suite, ces plans ne pourront être utilisés que dans une portion très petite autour de l'axe.

89. **Plans conjugués.** — Soit maintenant une série de points lumineux distribués sur une surface sphérique ayant son centre au centre C de la surface. Chacun de ces points donnera lieu, sur son axe secondaire, à un point conjugué, qui sera son image.

Comme la relation (27), même sous sa forme la plus générale, s'applique aux axes secondaires et subsiste si l'on prend le point C pour commune origine des distances, les images des divers points, qui sont également distants du point C, seront aussi également distantes de ce point et seront par conséquent distribuées sur une sphère concentrique à la surface.

Nous aurons ainsi deux surfaces conjuguées, qui, si nous nous bornons à des points peu écartés de l'axe principal, seront limitées à des portions assez petites pour pouvoir être confondues avec des plans perpendiculaires à cet axe; nous les appellerons *plans conjugués*.

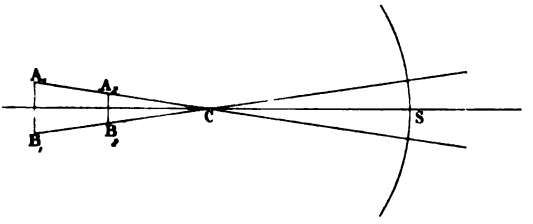
90. **Image d'un objet.** — Si, en particulier, nous considérons un objet lumineux plan A_1B_1 perpendiculaire à l'axe principal, mais dont les divers points s'écartent peu de cet axe, l'ensemble des images de ces points constituera une image A_2B_2 de l'objet : elle sera plane et perpendiculaire à l'axe principal (*fig.* 80).

Il en sera d'un axe secondaire comme de l'axe principal.

91. **Construction géométrique des images.** — Soit un point lu-

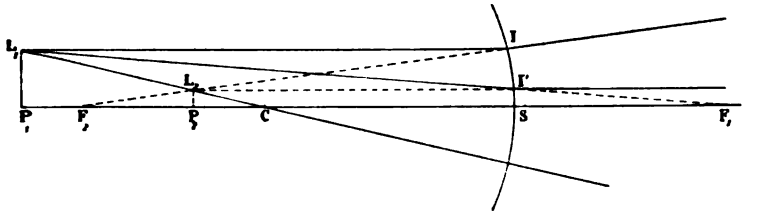
mineux L_1 (*fig.* 81); si nous voulons déterminer géométriquement la position de son image L_2, nous mènerons d'abord son axe secon-

Fig. 80.



daire L_1C, puis le rayon L_1I qui, partant du point, se propage parallèlement à l'axe principal et se réfracte suivant une direction qui passe par le foyer principal F_2; ou bien celui qui se propage suivant la direction L_1F_1 et qui, ayant ainsi passé par le premier foyer, se réfractera suivant une direction parallèle à l'axe; le

Fig. 81.



point d'intersection des trois rayons réfractés sera unique : c'est l'image L_2.

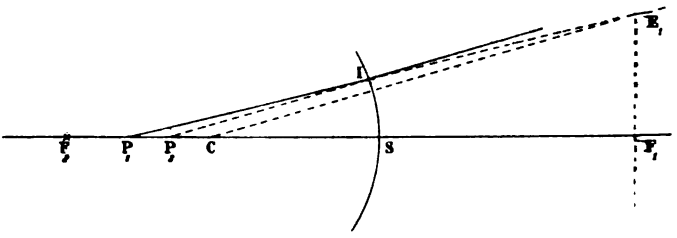
Pour un objet tel que L_1P_1, perpendiculaire à l'axe, nous n'aurons qu'à construire l'image L_2 de L_1 et à abaisser de L_2 une perpendiculaire L_2P_2 sur l'axe : ce sera l'image de l'objet.

92. Construction d'un rayon réfracté quelconque. — La connaissance des plans focaux nous fournit d'ailleurs un moyen de construire le rayon réfracté correspondant à un rayon incident quelconque.

Soit (*fig.* 82) P_1I ce rayon, et soit E_1 le point où sa direction coupe le plan focal principal F_1 correspondant au premier milieu :

joignons E_1C; ce rayon passant par le même point E_1 du plan focal antérieur que P_1I, les deux rayons seront parallèles après réfraction, et comme CE_1, normal à la surface, n'est pas dévié, je n'aurai

Fig. 82.



qu'à mener par I une parallèle à CE_1; ce sera le rayon réfracté cherché.

93. Grossissement. — Le grossissement est le rapport des grandeurs de l'image et de l'objet; il est caractérisé par le rapport de leurs dimensions homologues; ce sera, dans le cas que nous avons étudié,

$$\frac{L_2P_2}{L_1P_1}.$$

Les triangles semblables L_1CP_1, L_2CP_2 donnent (*fig.* 81)

$$\frac{L_2P_2}{L_1P_1}=\frac{P_2C}{P_1C}. \tag{34}$$

Nous conviendrons de désigner par h_1 et h_2 les distances, à l'axe principal, d'un point de l'objet et du point correspondant de l'image, et d'affecter chacune de ces quantités du signe + si le point qu'elle définit est situé au-dessus de l'axe, du signe — dans le cas contraire.

En substituant dans l'équation (34), elle devient

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{p_2-R}{p_1-R},$$

ou, en vertu de l'équation (26),

$$\frac{h_2}{h_1}=\frac{n_1}{n_2}\frac{p_2}{p_1}, \tag{35}$$

relation qui sera absolument générale sous les conventions de signes que nous avons faites.

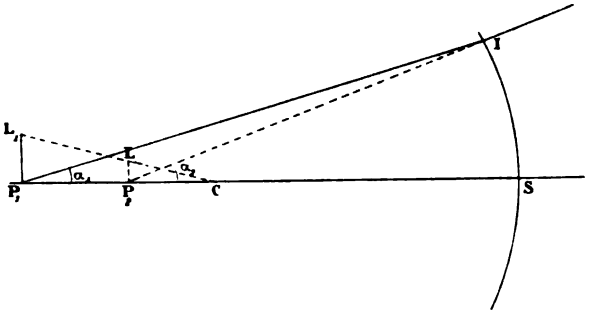
Si p_2 et p_1 sont de même signe, il en sera de même de h_1 et h_2; donc si les deux foyers conjugués sont situés du même côté de la surface, l'image sera droite par rapport à l'objet; elle sera renversée s'ils sont de part et d'autre.

Les équations (27) et (35) nous permettent de suivre dans tous les cas la variation de position et de grandeur de l'image d'un objet qui se déplace par rapport à une surface réfringente; nous nous bornerons à faire cette discussion dans le cas des lentilles.

Helmholtz a indiqué, entre la grandeur des images et la convergence des rayons, une relation où n'entrent plus ni la distance de l'objet ni la longueur focale.

Soient $L_1 P_1$ un objet lumineux et $L_2 P_2$ son image : soit un rayon quelconque $P_1 I$, partant de P_1 et s'écartant peu de l'axe, et soit

Fig. 83.



$P_2 I$ le rayon réfracté correspondant (*fig.* 83); soient α_1 et α_2 les angles de ces rayons avec l'axe.

Nous avons trouvé, pour l'expression du grossissement,

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{n_1}{n_2}\frac{p_2}{p_1}. \tag{35}$$

Le point I étant voisin de S, nous pouvons considérer IS comme perpendiculaire à l'axe, et nous avons alors

$$p_1 = \frac{\text{IS}}{\text{tang}\,\alpha_1}, \qquad p_2 = \frac{\text{IS}}{\text{tang}\,\alpha_2};$$

introduisant ces valeurs dans l'équation (35), elle devient

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{n_1 \operatorname{tang} \alpha_1}{n_2 \operatorname{tang} \alpha_2}, \tag{35 bis}$$

et cette nouvelle équation sera, elle aussi, absolument générale, si nous convenons de compter les angles α_1 et α_2 comme positifs quand les rayons s'éloigneront de l'axe dans le sens où se propage la lumière incidente.

94. **Autre démonstration de l'équation de Newton.** — Le procédé de construction des images que nous avons indiqué nous fournit une démonstration commode de la relation dite équation de Newton.

Considérons (*fig.* 81) les triangles $L_1F_1P_1$ et $I'F_1S$: ils donnent

$$\frac{L_1P_1}{I'S} = \frac{P_1F_1}{SF_1}.$$

Les triangles $L_2F_2P_2$ et IF_2S donnent de même

$$\frac{IS}{L_2P_2} = \frac{SF_2}{P_2F_2},$$

d'où, remarquant que $L_1P_1 = IS$ et $L_2P_2 = I'S$

$$P_1F_1 \times P_2F_2 = SF_1 \times SF_2,$$
$$q_1(-q_2) = (-f_1)f_2,$$
$$q_1q_2 = f_1f_2.$$

CHAPITRE VIII.

RÉFRACTION PAR UN SYSTÈME DE SURFACES SPHÉRIQUES INFINIMENT VOISINES (LENTILLES MINCES).

Ayant ainsi établi, en partant des lois générales de la réfraction, les lois des phénomènes auxquels donne lieu le passage des rayons lumineux à travers une surface sphérique, qu'ils rencontrent sous une faible obliquité, nous allons maintenant aborder le cas de réfractions successives à travers une série de surfaces du même genre.

Nous supposerons d'abord que les distances des surfaces successives puissent être négligées vis-à-vis des autres grandeurs intervenant dans le problème; c'est ce que l'on a commencé par faire; c'est ce que l'on fait encore dans l'étude tout à fait élémentaire de la réfraction par les lentilles. On obtient ainsi ce qu'on appelle la théorie des lentilles sans épaisseur, ou théorie des *lentilles minces*.

I. — PROBLÈME GÉNÉRAL.

95. Axe principal. — Nous supposerons toujours que les centres de toutes les surfaces sont sur une même ligne droite; on dit alors que le système est centré.

La ligne des centres est ici la seule suivant laquelle un rayon lumineux rencontre normalement toutes les surfaces et, par conséquent, ne subisse aucune déviation : nous l'appellerons *axe principal* du système.

L'axe principal présente donc ici un caractère spécial que ne possédait pas celui d'une surface unique.

Nous nous bornerons toujours au cas de rayons s'écartant peu

de l'axe principal et, par conséquent, nous supposerons les diverses surfaces prises avec une très petite ouverture.

Enfin, nous supposerons les surfaces infiniment voisines, de manière à pouvoir considérer comme égales les distances d'un même point aux intersections des diverses surfaces avec l'axe.

96. **Foyers conjugués.** — Soient donc m surfaces successives, séparant $m+1$ milieux différents; désignons par n_1 l'indice du premier milieu, par n_2 l'indice du dernier, par n', n'', n''', ..., $n^{(m-1)}$ les indices des milieux intermédiaires successifs.

Enfin, appelons R_1, R', R'', ..., $R^{(m-2)}$, R_2 les rayons des surfaces successives. Soit d'abord un point lumineux situé sur l'axe principal. La première surface en donne une image, également située sur l'axe, et dont la position est donnée par la relation (27)

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n'}{p'} = -\frac{n' - n_1}{R_1}.$$

De cette première image, considérée comme un point lumineux, la seconde surface donne une seconde image dont la distance est définie par

$$\frac{n'}{p'} - \frac{n''}{p''} = -\frac{n'' - n'}{R'}.$$

Nous aurons ainsi successivement une série d'images, toutes situées sur l'axe principal, et dont la dernière sera l'image définitive, c'est-à-dire l'image donnée du point lumineux par le système tout entier.

Pour déterminer les positions de cette série d'images, nous avons la série d'équations

$$(36)\quad \begin{cases} \dfrac{n_1}{p_1} - \dfrac{n'}{p'} = -\dfrac{n' - n_1}{R_1}, \\ \dfrac{n'}{p'} - \dfrac{n''}{p''} = -\dfrac{n'' - n'}{R'}, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots, \\ \dfrac{n^{(m-2)}}{p^{(m-2)}} - \dfrac{n^{(m-1)}}{p^{(m-1)}} = -\dfrac{n^{(m-1)} - n^{(m-2)}}{R^{(m-2)}}, \\ \dfrac{n^{(m-1)}}{p^{(m-1)}} - \dfrac{n_2}{p_2} = -\dfrac{n_2 - n^{(m-1)}}{R_2}. \end{cases}$$

Ajoutant toutes ces équations membre à membre,

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = -\frac{n' - n_1}{R_1} - \frac{n'' - n'}{R'} - \ldots - \frac{n_2 - n^{(m-1)}}{R_2};$$

nous désignerons le second membre par le symbole $-\sum \frac{n' - n}{R}$; alors

$$\frac{n_1}{p_1} - \frac{n_2}{p_2} = -\sum \frac{n' - n}{R} \tag{37}$$

et chacune des équations du système (36) étant générale sous les conventions de signes que nous avons adoptées, cette dernière le sera aussi, sous les mêmes conventions.

97. Foyers principaux. — Si dans l'équation (37) nous faisons $p_1 = \infty$ et désignons par f_2 la valeur qui en résulte pour p_2, il vient

$$f_2 = \frac{n_2}{\sum \frac{n' - n}{R}}; \tag{38}$$

on aura de même

$$f_1 = \frac{-n_1}{\sum \frac{n' - n}{R}}.$$

Nous aurons encore deux foyers principaux, dont les positions sont définies par ces équations, et, entre les distances de ces foyers au système, la relation

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}$$

qui montre que les foyers seront de part et d'autre du système.

98. Autres formes de l'équation des foyers conjugués. — Si nous substituons dans l'équation (37) les valeurs de n_1 et de n_2 en fonction de f_1 et de f_2, il vient

$$\frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2} = 1, \tag{37 bis}$$

équation qui a la même forme que dans le cas d'une surface unique et qui gardera encore sa forme si, au lieu de prendre le sommet

commun des surfaces comme origine unique, nous prenons pour origines deux foyers conjugués.

Nous pourrons enfin prendre comme origines les deux foyers, et nous retrouverons alors l'équation de Newton

(37 *ter*) $$q_1 q_2 = f_1 f_2.$$

99. Cas d'un point situé hors de l'axe principal. — Il est facile de voir qu'un point situé hors de l'axe principal aura, lui aussi, son foyer conjugué.

Menons, en effet, par le point une normale à la première surface : nous aurons sur cette normale une première image du point; par cette image menons une normale à la deuxième surface : il s'y formera une deuxième image, et ainsi de suite. Mais nous ne pouvons, du moins immédiatement, ni construire géométriquement la position de l'image définitive, ni établir entre cette position et celle du point lumineux une relation permettant de la déterminer par le calcul.

100. Image d'un objet perpendiculaire à l'axe principal. — Nous savons cependant qu'un objet plan, perpendiculaire à l'axe principal, nous donnera une image qui sera dans les mêmes conditions, car les images successives, étant formées chacune par une seule surface, seront toutes planes et perpendiculaires à l'axe, et il en sera par conséquent de même de l'image définitive.

101. Grossissement. — Nous connaissons même la grandeur de cette image. Soient, en effet, h_1 et h_2 les distances à l'axe d'un point de l'objet et du point correspondant de l'image définitive : soient h', h'', ..., $h^{(m-1)}$ ces distances dans les images successives.

Nous aurons la série d'équations

$$\frac{h'}{h_1} = \frac{n_1 p'}{n' p_1},$$

$$\frac{h''}{h'} = \frac{n' p''}{n'' p'}$$

.....

$$\frac{h_2}{h^{(m-1)}} = \frac{n^{(m-1)} p_2}{n_2 p^{(m-1)}},$$

d'où, multipliant membre à membre,

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{n_1 p_2}{n_2 p_1}; \tag{39}$$

c'est encore la même relation que dans le cas d'une surface unique, et l'on pourra encore lui donner la forme de l'équation d'Helmholtz

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{n_1 \operatorname{tang} \alpha_1}{n_2 \operatorname{tang} \alpha_2}. \tag{39 bis}$$

II. — LENTILLES MINCES.

La discussion du problème général ne présente pas d'intérêt pour l'étude des objectifs photographiques.

D'une part, en effet, les milieux extrêmes sont toujours identiques dans les systèmes qui nous occupent.

D'autre part, les résultats trouvés ne pourraient être appliqués que dans le cas de lentilles accolées, et la combinaison la plus complexe dans ce genre, l'objectif simple de Dallmeyer, ne se compose que de trois verres.

Nous nous bornerons donc au cas où le système est en contact avec l'air par ses deux faces extrêmes et où, par conséquent,

$$n_1 = n_2 = 1.$$

et nous nous occuperons d'abord d'une lentille unique.

102. Foyers conjugués. — La réfraction par la première face nous donne, en désignant par n l'indice de la lentille,

$$\frac{1}{p_1} - \frac{n}{p} = -\frac{n-1}{R_1};$$

la réfraction par la seconde face;

$$\frac{n}{p} - \frac{1}{p_2} = -\frac{1-n}{R_2}.$$

Ajoutant membre à membre, il vient

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = -(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) \tag{40}$$

103. **Foyers principaux.** — Les distances focales principales sont données par l'équation (40) en y faisant successivement p_1 et $p_2 = \infty$.

$$-\frac{1}{f_2} = -(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$
$$\frac{1}{f_1} = -(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R^2}\right).$$

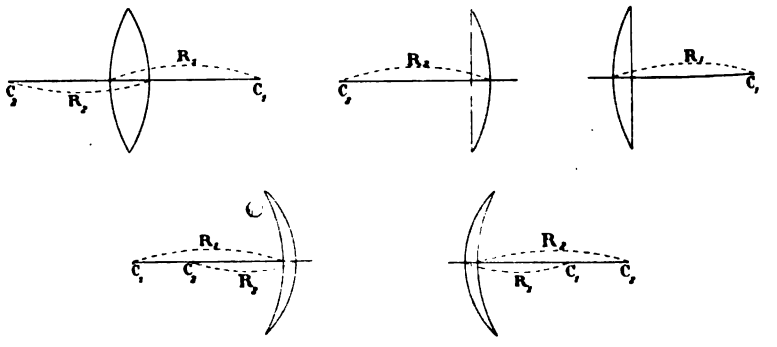
Elles sont donc égales et de signes contraires, et par conséquent les foyers principaux seront symétriquement placés par rapport à la lentille.

Nous poserons

$$-(n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \frac{1}{f}, \tag{41}$$

et il résulte des conventions faites sur les signes que, dans les lentilles convergentes, $\frac{1}{f}$ sera toujours positif, et, dans les lentilles divergentes, toujours négatif.

Fig. 84.



Considérons en effet une lentille convergente, c'est-à-dire plus épaisse au centre qu'au bord (*fig.* 84).

Elle pourra être biconvexe : alors $R_1 < o$, $R_2 > o$; plan convexe, tournant sa face plane vers la lumière : $R_1 = \infty$, $R_2 > o$; plan convexe tournant sa face courbe vers la lumière : $R_1 < o$, $R_2 = \infty$; en forme de ménisque tournant sa concavité vers l'objet :

$R_1 > 0$, $R_2 > 0$, mais $R_1 > R_2$ et par conséquent $\frac{1}{R_1} < \frac{1}{R_2}$; si on la retourne, R_1 et R_2 sont < 0, mais $\frac{1}{R_1} > \frac{1}{R_2}$.

Donc, dans tous les cas que peut présenter une lentille convergente, la différence $\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$ sera négative, et comme nous supposons $n > 1$, il en résulte que $\frac{1}{f}$ sera positif.

La discussion relative aux lentilles divergentes est absolument semblable.

Nous continuerons à désigner par F_2 le point de concours, après réfraction, des rayons qui tombent sur la lentille parallèlement à l'axe, et par F_1 le point où doivent concourir les rayons incidents pour que les rayons réfractés soient parallèles à l'axe. Dans les lentilles convergentes, F_2 sera situé derrière la lentille; il sera en avant dans les lentilles divergentes.

104. Relation générale des foyers conjugués. — Si dans l'équation (40) nous introduisons f, elle devient

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f}. \qquad (40\ bis)$$

Ce n'est en somme qu'une forme particulière de l'équation (37 *bis*); l'équation de Newton deviendrait de même

$$q_1 q_2 = -f^2. \qquad (40\ ter)$$

C'est sous la forme (40 *bis*) que nous considérerons toujours la relation des foyers conjugués.

Nous avons démontré, dans le cas d'une surface sphérique unique, que, sous cette forme, la relation générale des foyers conjugués subsistait lorsque l'on rapportait les distances de ces foyers et des foyers principaux à deux points conjugués quelconques.

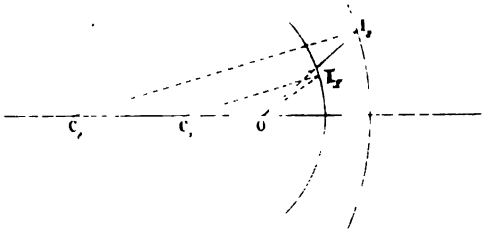
La démonstration s'en ferait de façon identique pour le cas d'une lentille mince; l'origine unique que nous avons prise, c'est-à-dire l'intersection, avec l'axe principal, de la lentille mince, est d'ailleurs sa propre image.

105. Centre optique. — Considérons sur l'axe principal d'une lentille un point O tel que ses distances aux centres des deux sphères soient dans le même rapport que les rayons de ces sphères :

$$\frac{OC_1}{OC_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Menons (*fig.* 85) une droite quelconque passant par le point O. Elle rencontre en I_1 la première face; menons la normale C_1I_1

Fig. 85.



à la première sphère, et par C_2, à la seconde sphère, une normale C_2I_2 parallèle à C_1I_1.

Les triangles I_1C_1O et I_2C_2O ont leurs angles en C_1 et C_2 égaux: comme de plus

$$\frac{OC_1}{OC_2} = \frac{I_1C_1}{I_2C_2},$$

ils sont semblables; par suite, OI_2 coïncide avec OI_1 et les angles en I_1 et I_2 sont égaux. Donc toute droite I_1I_2 passant par le point O fait avec les normales aux deux faces des angles égaux, et, puisque les milieux extrêmes sont identiques, il en résulte que, pour un rayon lumineux traversant le milieu d'indice n suivant I_1I_2, la portion émergente en I_2 sera parallèle à la portion incidente en I_1; donc tout rayon lumineux dont la portion transverse passe par O traverse la lentille sans déviation, et, si nous supposons l'épaisseur négligeable, sans déplacement.

Le point O est appelé *centre optique*. On voit que l'existence de ce centre optique est établie sans qu'il soit nécessaire de négliger l'épaisseur, et, par suite, nous savons qu'il existera un tel point dans une lentille épaisse; il est facile de voir qu'il sera situé à l'intérieur des lentilles biconcaves ou biconvexes ; pour les lentilles

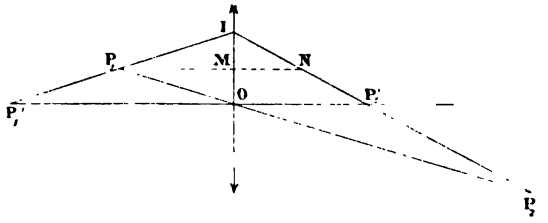
plan-courbes, il sera au sommet de la face courbe, seul point où le plan tangent à cette face soit parallèle à la face plane; enfin, pour les ménisques, il sera à l'extérieur, du côté de la plus forte courbure.

Si nous négligeons l'épaisseur, le centre optique se confond toujours avec le point où nous supposons confondus les sommets des deux faces.

106. Axes secondaires. — Nous appellerons *axes secondaires* tous les rayons qui, passant par le centre optique, ne subissent ainsi ni déviation ni déplacement. Il nous reste à voir si la relation des foyers conjugués, établie pour des points situés sur l'axe principal, s'applique à des points situés sur un axe secondaire (1).

Soit donc (*fig.* 86) un point P_1 situé en dehors de l'axe principal et soit P_1O son axe secondaire. Nous savons déjà (§ 99)

Fig. 86.



qu'à ce point P_1 correspond un foyer conjugué, et ce foyer P_2 sera forcément situé sur P_1O, qui est un des rayons contribuant à le former, et qui n'est pas dévié.

Considérons un autre rayon émané du point P_1 et compris dans le plan du tableau; soit P_1I. Nous pouvons le supposer émané du point P'_1 où sa direction rencontre l'axe principal; il devra donc, après réfraction, passer par le point P'_2 conjugué de P'_1 et tel par suite que

$$\frac{1}{p'_1} - \frac{1}{p'_2} = \frac{1}{f}.$$

(1) Comme nous supposons négligeable l'épaisseur de la lentille, nous nous bornerons à représenter celle-ci par une simple surface plane, et sa trace sur le plan du tableau par une droite, en indiquant par les signes ↕ et ⋋ les lentilles convergentes et divergentes.

Menons par P_1 une parallèle à l'axe principal; elle rencontre la lentille en M et le rayon IP_2 en N.

Les segments interceptés par les deux parallèles donnent

$$\frac{P_1M}{P_1N} = \frac{P'_1O}{P'_1P'_2}.$$

Les triangles semblables P_1P_2N et $OP_2P'_2$,

$$\frac{P_1N}{OP'_2} = \frac{P_1P_2}{OP_2}.$$

Multipliant ces deux proportions membre à membre, il vient

$$\frac{P_1M}{OP'_2} = \frac{P_1P_2}{OP_2}\,\frac{P'_1O}{P'_1P'_2}.$$

Si l'axe secondaire OP_1 est très peu oblique par rapport à l'axe principal, P_1M différera très peu de P_1O, c'est-à-dire de p_1, et nous aurons, en vertu de nos conventions de signes,

$$\frac{p_1}{-p'_2} = \frac{p_1 - p_2}{-p_2}\,\frac{p'_1}{p'_1 - p'_2}.$$

Chassant les dénominateurs,

$$-p_1p_2(p'_1 - p'_2) = -p'_1p'_2(p_1 - p_2),$$

ou, divisant par $p_1p_2p'_1p'_2$,

$$-\frac{1}{p'_2} + \frac{1}{p'_1} = -\frac{1}{p_2} + \frac{1}{p_1}.$$

Nous avons donc bien encore

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f},$$

et la relation générale s'applique à des points situés hors de l'axe principal, pourvu qu'ils n'en soient que très peu éloignés.

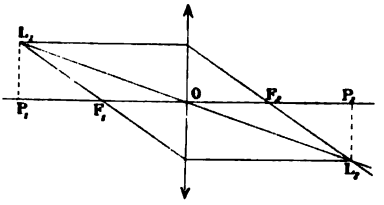
107. Plans focaux. — Il résulte de là que les foyers conjugués de points lumineux situés sur une portion de sphère, ayant comme centre le centre optique O, et limitée à une très petite ouverture autour de l'axe principal, se trouvent sur une portion de sphère ayant le même centre; et ces portions très petites pourront

être confondues avec des plans perpendiculaires à l'axe, que nous appellerons *plans focaux conjugués*. Nous retrouvons ainsi ce résultat, déjà établi d'une manière générale, que, d'un objet perpendiculaire à l'axe, la lentille nous donnera une image perpendiculaire à l'axe.

Nous aurons de même des *plans focaux principaux,* lieu des points de concours, après réfraction, des faisceaux de rayons parallèles, peu obliques par rapport à l'axe principal.

108. **Construction géométrique des images.** — Soit d'abord un point lumineux L_1, situé hors de l'axe principal (*fig.* 87) : nous

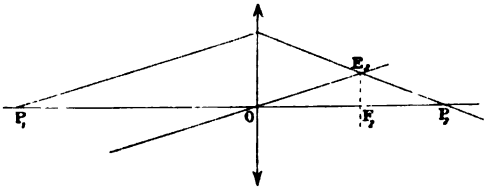
Fig. 87.



mènerons son axe secondaire L_1O ; puis nous construirons soit le rayon qui, passant par L_1, se propage parallèlement à l'axe, et dont la direction, à l'émergence, passe par F_2, soit le rayon qui passe à la fois par L_1 et par F_1 et qui prend, après réfraction, une direction parallèle à l'axe : l'intersection de l'un de ces rayons avec l'axe secondaire nous donnera le point L_2, image de L_1.

Un objet P_1L_1, perpendiculaire à l'axe, aura pour image P_2L_2.

Fig. 88.



Pour un point P_1 situé sur l'axe (*fig.* 88), les trois rayons dont nous connaissons la marche sont confondus ; nous mènerons alors

un axe secondaire quelconque et, par P_1, un rayon parallèle à cet axe secondaire, qu'il coupera, après réfraction, en son point d'intersection E_2 avec le plan focal principal : nous aurons ainsi la direction du rayon réfracté, et son intersection avec l'axe principal nous donnera le point P_2.

109. Grossissement. — L'équation (39) qui nous donne la valeur générale du grossissement devient, pour $n_1 = n_2$,

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{p_2}{p_1}.$$

Cette relation particulière résulte d'ailleurs directement de la similitude des triangles P_1OL_1 et P_2OL_2 dans la *fig.* 87.

Si maintenant nous tirons la valeur de $\frac{p_2}{p_1}$ de l'équation (40 *bis*), il vient

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{f}{f - p_1}, \tag{41}$$

d'où

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{f}{f - p_1}, \tag{42}$$

équation qui nous donne la valeur du grossissement en fonction de la distance focale principale et de la position de l'objet.

110. Discussion. — En introduisant successivement toutes les valeurs possibles de p_1 dans les équations (41) et (42), nous pourrons en déduire les valeurs correspondantes de p_2 et du grossissement.

Comme, d'après nos conventions de signes, une valeur négative de p_2 nous indique que l'image est virtuelle, et une valeur négative de $\frac{h_2}{h_1}$ que l'image est renversée, cette discussion nous fera immédiatement connaître toutes les conditions dans lesquelles se forme l'image.

Nous résumerons les résultats de cette discussion dans deux Tableaux, l'un relatif aux lentilles convergentes, pour lesquelles

f est > 0, l'autre aux lentilles divergentes, pour lesquelles f est < 0.

Dans la première colonne seront les valeurs de p_1; dans la seconde, le signe de p_2 et ses valeurs limites, indiquant la région où se trouve l'image; dans la troisième, le signe et la valeur de $\frac{h_2}{h_1}$, indiquant le sens de l'image et sa grandeur par rapport à l'objet. Nous exécuterons en outre les constructions géométriques propres à établir, pour les cas les plus importants, la position et la grandeur de l'image; dans ces constructions, nous représenterons par un trait plein, les portions réelles des rayons, et par un trait ponctué leurs prolongements.

Enfin, nous figurerons en même temps la marche du faisceau lumineux allant d'un point de l'objet au point correspondant de l'image.

I. *Lentilles convergentes :* $f > 0$,

$$p_2 = p_1 \frac{f}{f - p_1} = \frac{f}{\frac{f}{p_1} - 1}, \qquad \frac{h_2}{h_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{f}{f - p_1}.$$

p_1.	p_2.	$\frac{h_2}{h_1}$.	IMAGE.
$> 2f$	< 0 $f < -p_2 < 2f$	< 0 $-\frac{h_2}{h_1} < 1$	réelle, renversée, diminuée (*fig.* 89 et 89 *bis*).
$= 2f$	< 0 $-p_2 = 2f$	< 0 $-\frac{h_2}{h_1} = 1$	réelle, renversée, égale.
$2f > p_1 > f$	< 0 $2f < -p_2 < \infty$	< 0 $-\frac{h_2}{h_1} > 1$	réelle, renversée, agrandie.
$= f$	∞	∞	rejetée à l'infini.
$< f$	> 0 $0 < p_2 < \infty$	> 0 $\frac{h_2}{h_1} > 1$	virtuelle, droite, agrandie (*fig.* 90 et 90 *bis*).
$= 0$	$= 0$		confondue avec l'objet sur la lentille.
< 0	< 0 $0 < -p_2 < f$	> 0 $\frac{h_2}{h_1} < 1$	réelle, droite et diminuée (*fig.* 91 et 91 *bis*).

Fig. 89.

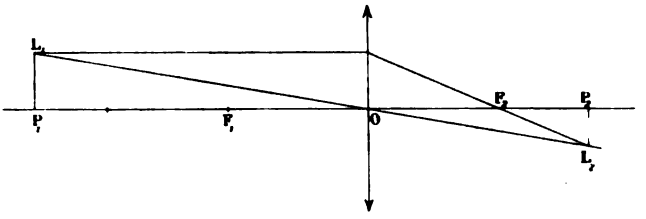


Fig. 89 *bis*.

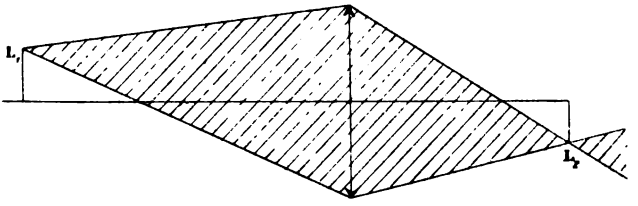


Fig. 90.

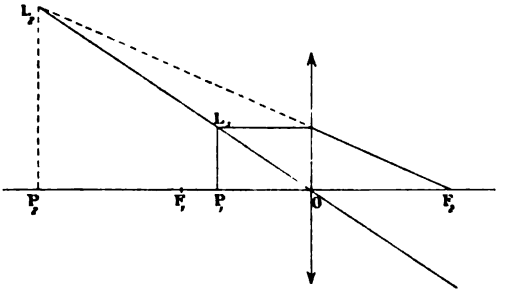


Fig. 90 *bis*.

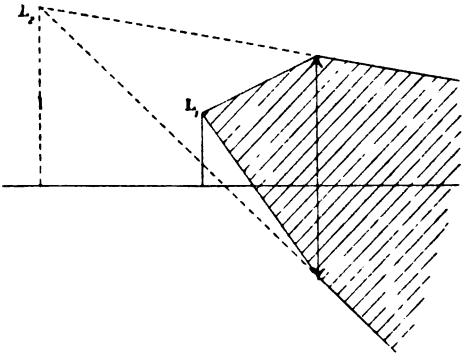


Fig. 91.

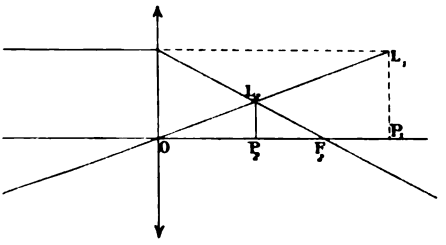
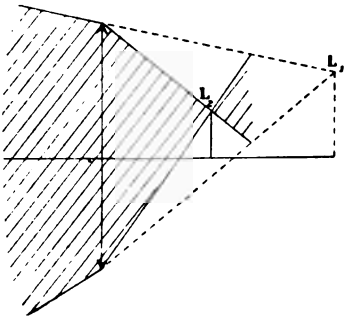


Fig. 91 *bis*.



II. *Lentilles divergentes :* $f < 0$.

Mettons, dans les expressions de p_2 et de $\frac{h_2}{h_1}$, le signe de f en évidence

$$p_2 = p_1 \frac{-f}{-f-p_1} = \frac{f}{\frac{f}{p_1}+1}, \qquad \frac{h_2}{h_1} = \frac{p_2}{p_1} = \frac{f}{f+p_1}.$$

p_1.	p_2.	$\frac{h_2}{h_1}$.	IMAGE.
> 0	> 0 $\quad 0 < p_2 < f$	> 0 $\quad \frac{h_2}{h_1} < 1$	virtuelle, droite, diminuée (*fig.* 92 et 92 *bis*).
$= 0$	$= 0$		confondue avec l'objet sur la lentille.
$-p_1 < f$	< 0 $\quad 0 < -p_2 < \infty$	> 0 $\quad \frac{h_2}{h_1} > 1$	réelle, droite et agrandie (*fig.* 93 et 93 *bis*).
$-p_1 = f$	∞	∞	rejetée à l'infini.
$f < -p_1 < 2f$	> 0 $\quad 2f < p_2 < \infty$	< 0 $\quad -\frac{h_2}{h_1} > 1$	virtuelle, renversée, agrandie (*fig.* 94 et 94 *bis*).
$-p_1 = 2f$	> 0 $\quad p_2 = 2f$	< 0 $\quad -\frac{h_2}{h_1} = 1$	virtuelle, renversée, égale.
$-p_1 > 2f$	> 0 $\quad f < p_2 < 2f$	< 0 $\quad -\frac{h_2}{h_1} < 1$	virtuelle, renversée, diminuée.

Fig. 92.

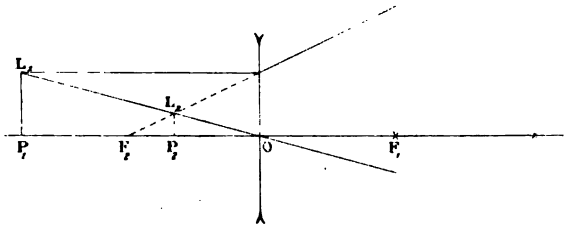


Fig. 92 *bis*.

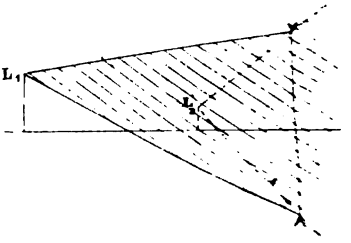


Fig. 93.

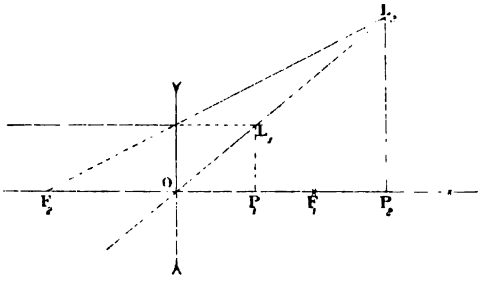


Fig. 93 *bis*.

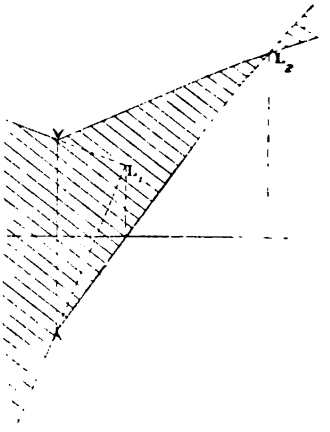


Fig. 94.

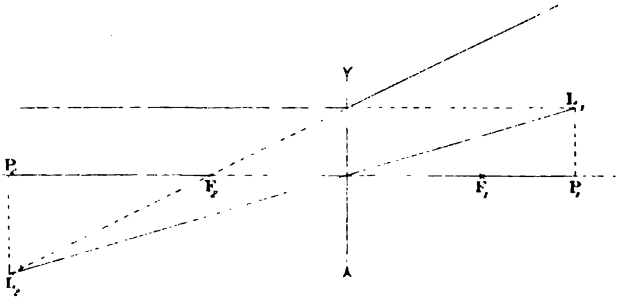
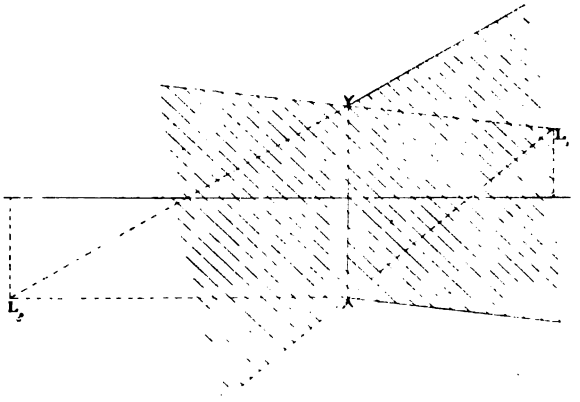


Fig. 94 *bis*.



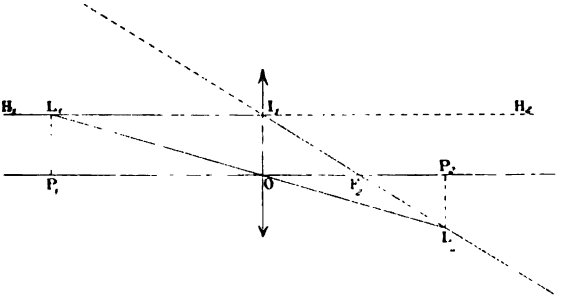
III. *Étude géométrique des images.* — Il est facile de suivre géométriquement les variations de l'image d'un objet donné se déplaçant par rapport à la lentille.

Soit d'abord (*fig.* 95) une lentille convergente, et soit L_1P_1 un objet lumineux se déplaçant de $+\infty$ à $-\infty$.

Le point L_1 suit ainsi une droite H_1H_2 parallèle à l'axe, de $+\infty$ à I_1 tant que l'objet est réel, de I_1 à $-\infty$ quand il est virtuel.

Le lieu des positions de l'image sera le rayon réfracté correspondant au rayon H_1I_1 c'est-à-dire la ligne I_1F_2 passant par le foyer principal postérieur.

Fig. 95.



Pour avoir l'image correspondant à une position donnée de L_1,

je n'aurai qu'à chercher l'intersection, avec le lieu, de l'axe secondaire du point L_1, axe qui tourne autour du point O.

L_1 étant d'abord à $+\infty$, l'axe secondaire se confond avec l'axe principal et coupe le lieu en F_2.

Quand il se rapproche, l'axe secondaire s'écarte de l'axe principal, et vient couper le lieu en un point situé au-dessous de l'axe principal et qui s'écarte de F_2.

L'image est donc réelle, renversée, et d'abord diminuée. Elle devient égale à l'objet quand $F_2 L_2$ devient égal à $I_1 F_2$, ce qui exige $L_1 I_1 = 2 OF_2 = 2f$.

Puis elle continue à grandir; quand $L_1 I_1 = OF_2 = f$, l'axe secondaire devient parallèle au lieu, et l'image est rejetée à l'infini.

L_1 continuant à se rapprocher, le point d'intersection de l'axe secondaire avec le lieu passe au-dessus de l'axe principal et se déplace de l'infini à I_1; l'image est virtuelle, droite, agrandie.

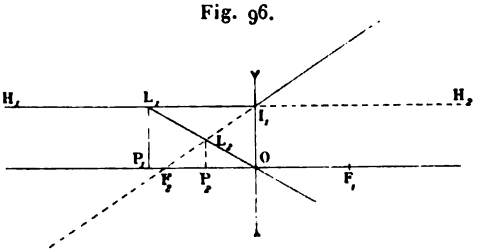
Enfin l'objet devenant virtuel, L_1 se déplace sur $I_1 H_2$, et le point d'intersection se déplace de I_1 à F_2; l'image est réelle, droite et diminuée.

Soit de même (*fig.* 96) une lentille divergente; le foyer F_2 est alors en avant de la lentille.

Tant que l'objet est réel, l'intersection a lieu entre I_1 et F_2; l'image est virtuelle, droite, diminuée et va en croissant.

L'objet devenant virtuel, tant que $I_1 L_1$ est inférieur à OF_2, l'in-

Fig. 96.



tersection a lieu au-dessus de $H_1 H_2$ et s'éloigne de I_1; l'image est réelle, droite, agrandie et croît.

Elle devient infinie quand $I_1 L_1$ étant $= OF_2 = f$, l'axe secondaire et le lieu sont parallèles.

Puis le point L_2 passe au-dessous de l'axe principal et vient de

l'infini à F_2; l'image est virtuelle et renversée; d'abord plus grande que l'objet, elle décroît, devient égale à l'objet quand

$$I_1L_1 = 2\,OF_2 = 2f,$$

puis plus petite que l'objet.

112. Distance focale principale d'un système de lentilles minces accolées. — Soient d'abord deux lentilles; c'est le cas à peu près général, les lentilles qui constituent les objectifs de Photographie étant presque toujours associées deux à deux pour combattre les effets de l'aberration.

Soient f et f' les distances focales des deux lentilles, et soit un point lumineux situé à une distance p_1 du système; la première lentille en donne une image P′ située à une distance p' telle que

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

de cette image P′, la deuxième lentille donne une image P_2, qui sera l'image définitive de P_1 et qui sera à une distance p_2 du système telle que

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f'};$$

si nous ajoutons les deux équations

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'},$$

c'est-à-dire que le système équivaut à une lentille unique de distance focale F telle que

$$\frac{1}{F} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'}, \tag{43}$$

f et f' étant pris avec leurs signes respectifs.

Avec trois lentilles accolées, nous aurons successivement

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p'} = \frac{1}{f},$$

$$\frac{1}{p'} - \frac{1}{p''} = \frac{1}{f'},$$

$$\frac{1}{p''} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f''},$$

ou, ajoutant

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'} + \frac{1}{f''};$$

et d'une manière générale, un système de n lentilles minces accolées équivaudrait à une lentille mince unique, de distance focale F. telle que

$$\frac{1}{F} = \sum\left(\frac{1}{f}\right),$$

les diverses distances focales qui entrent dans la somme $\sum\left(\frac{1}{f}\right)$ devant y être introduites avec leurs signes.

C'est le seul point sur lequel il soit intéressant d'insister; nous avons montré que toutes les relations établies pour une lentille mince étaient les mêmes que pour un système de n surfaces infiniment voisines : il est donc évident qu'elles s'appliquent à un système quelconque de lentilles minces accolées.

CHAPITRE IX.

LENTILLES ÉPAISSES.

113. Lentilles épaisses. — La théorie de la lentille mince est très simple et ne se complique guère quand on arrive à l'étude des systèmes de lentilles accolées.

Mais, d'une part, on ne peut laisser ainsi de côté l'épaisseur des lentilles que pour des calculs approchés; d'autre part, quand on veut appliquer la théorie à des systèmes composés de lentilles séparées par des lames d'air, on est amené à des calculs extrêmement pénibles, à des formules extrêmement compliquées, dont on aura une idée en lisant l'*Astronomie* de Biot.

Or Gauss a montré qu'en abordant plus franchement le problème de la lentille et en tenant immédiatement compte de l'épaisseur, on pouvait établir une théorie qui, pour le cas d'une lentille, n'était pas en somme beaucoup moins simple, et l'était beaucoup plus pour le cas d'un système de lentilles.

C'est cette théorie de Gauss, reprise et perfectionnée successivement par plusieurs physiciens, parmi lesquels nous citerons Listing, Bravais et M. A. Martin, que nous allons maintenant exposer.

114. Plans et points principaux. — Soit (*fig.* 97) une lentille, constituée par une substance d'indice n et limitée par deux surfaces sphériques de sommets S_1 et S_2, de rayons R_1 et R_2. Soit e l'épaisseur S_1S_2 de la lentille, mesurée suivant l'axe principal.

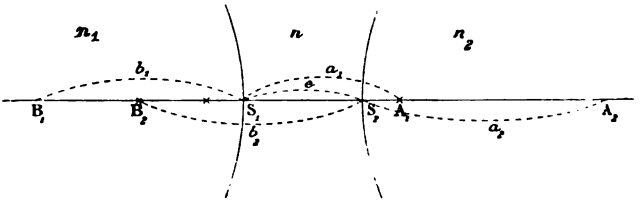
Nous supposerons la lentille en contact par sa face antérieure avec un milieu d'indice n_1 et par sa face postérieure avec un milieu d'indice n_2.

Les deux faces, considérées isolément, et séparant des milieux d'indices différents, auraient chacune deux foyers principaux qui

seraient, par exemple, pour la première, les points A_1 et B_1 respectivement situés à des distances a_1 et b_1 du sommet S_1 et, pour la seconde, les points A_2 et B_2, à des distances a_2 et b_2 de S_2.

Les foyers B_1 et A_2 seront les points de concours, dans le milieu d'indice n, des rayons se propageant dans les milieux extrêmes parallèlement à l'axe, et réfractés une seule fois; les points A_1 et

Fig. 97.



B_2 conviendront aux rayons se propageant parallèlement à l'axe dans le milieu d'indice n.

Nous garderons toujours la même convention de signes que par le passé, comptant positivement toutes les distances, à partir de la surface à laquelle elles se rapportent, du côté d'où vient la lumière (1).

En vertu de cette convention et des relations (28), établies dans l'étude de la réfraction par une seule surface sphérique, nous avons, d'une manière générale,

$$(44)\qquad \begin{cases} a_1 = -\dfrac{n_1 R_1}{n - n_1}, & a_2 = -\dfrac{n R_2}{n_2 - n}, \\ b_1 = \dfrac{n R_1}{n - n_1}, & b_2 = \dfrac{n_2 R_2}{n_2 - n}; \end{cases}$$

et, par conséquent,

$$\frac{b_1}{a_1} = -\frac{n}{n_1} \qquad \text{et} \qquad \frac{b_2}{a_2} = -\frac{n_2}{n}.$$

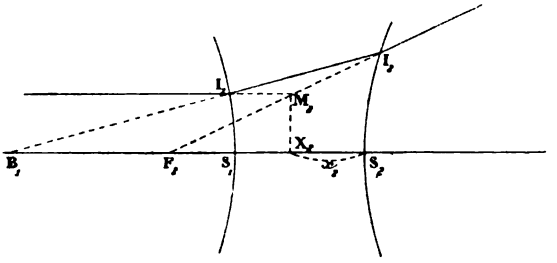
(1) Nous avons pris ici, pour fixer les idées, un type donné de lentille, et nous avons choisi la lentille divergente parce que c'est la plus simple au point de vue de l'application de notre convention de signes, et par conséquent celle qui se prête le mieux à l'exposition de la théorie. Mais, comme nous avons démontré, pour une surface unique, que, sous le bénéfice de cette convention, toutes nos formules étaient générales, il en résulte que toutes celles que nous en déduirons le seront aussi et s'appliqueront également bien à tous les cas réalisables.

Soit un rayon tombant en I_1 sur la première face de la lentille, après avoir marché parallèlement à l'axe au voisinage de cet axe (*fig.* 98).

Il se réfracte suivant une direction I_1I_2, passant par le foyer principal B_1; puis, en I_2 il se réfracte une seconde fois et prend une direction passant par un point F_2 de l'axe principal.

Soit M_2 le point d'intersection du rayon incident et du rayon

Fig. 98.



émergent : soit X_2 sa projection sur l'axe principal; et désignons par x_2 la distance X_2S_2.

Le point I_1 étant très voisin de S_1, nous pourrons considérer I_1S_1 et I_2S_2 comme des droites perpendiculaires à l'axe, et les triangles semblables $I_2B_1S_2$ et $I_1B_1S_1$ nous donnent

$$\frac{I_1S_1}{I_2S_2} = \frac{B_1S_1}{B_1S_2}.$$

Les triangles $I_2F_2S_2$ et $M_2F_2X_2$ nous donnent

$$\frac{M_2X_2}{I_2S_2} = \frac{F_2X_2}{F_2S_2},$$

ou, en remarquant que $M_2X_2 = I_1S_1$,

$$\frac{F_2X_2}{F_2S_2} = \frac{B_1S_1}{B_1S_2}, \tag{45}$$

ou bien, comme $F_2X_2 = F_2S_2 - x_2$, que $B_1S_1 = b_1$ et que $B_1S_2 = b_1 + e$,

$$\frac{F_2S_2 - x_2}{F_2S_2} = \frac{b_1}{b_1 + e},$$

$$x_2 = F_2S_2 \frac{e}{b_1 + e}. \tag{46}$$

Mais B_1 et F_2 sont foyers conjugués par rapport à la seconde face, puisque le rayon I_1I_2, passant par B_1, prend, après réfraction par cette face, la direction F_2I_2; et par conséquent, en vertu de l'équation générale (27 *bis*)

$$\frac{f_1}{p_1}+\frac{f_2}{p_2}=1,$$

nous avons ici

$$\frac{a_2}{b_1+e}+\frac{b_2}{F_2S_2}=1,$$

d'où

$$\frac{b_2}{F_2S_2}=\frac{b_1-a_2+e}{b_1+e},$$

$$F_2S_2=b_2\,\frac{b_1+e}{b_1-a_2+e},$$

ou enfin, portant cette valeur dans l'équation (46),

$$x_2=b_2\,\frac{e}{b_1-a_2+e}, \tag{47}$$

valeur indépendante de la position du point I_1.

Donc, sous la réserve que nous avons faite, que nous nous bornions à des rayons très voisins de l'axe, le lieu des points d'intersection des rayons incidents parallèles à l'axe avec les rayons émergents correspondants est un plan M_2X_2, perpendiculaire à l'axe, et dont la distance à la face de sortie est donnée par l'équation (47).

Nous l'appellerons *plan principal d'émergence.*

Considérons de même (*fig.* 99) un rayon incident de direction telle qu'il donne naissance à un rayon émergent parallèle à l'axe.

Soient F_1 le point où la direction du rayon incident rencontre l'axe principal, M_1 le point de rencontre de la portion incidente avec la portion émergente, X_1 sa projection sur l'axe, et x_1 la distance S_1X_1.

Supposons que nous changions pour un instant le sens de propagation de la lumière; nous aurions, comme dans le premier cas,

$$x_1=a_1\,\frac{e}{a_2-b_1+e}.$$

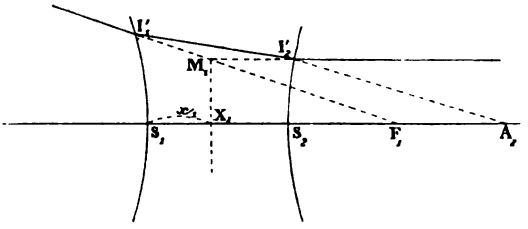
Pour revenir au sens vrai de propagation, nous n'aurons qu'à changer tous les signes, sauf celui de e, qui peut se compter indifféremment à partir de l'une ou de l'autre des deux faces de la lentille : nous aurons ainsi

$$-x_1 = -a_1 \frac{e}{-a_2 + b_1 + e},$$

(47 *bis*)
$$x_1 = a_1 \frac{e}{b_1 - a_2 + e},$$

qui définira la position du *plan principal d'incidence,* lieu des

Fig. 99.



points d'intersection des portions incidentes et émergentes des rayons que la lentille rend parallèles à l'axe.

En comparant les valeurs de x_1 et de x_2, nous voyons qu'on a

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{a_1}{b_2}.$$

Nous pouvons exprimer x_1 et x_2 en fonction des rayons des deux faces : il nous suffit de remplacer a_1, a_2, b_1, b_2 par leurs valeurs.

Il vient ainsi

(48)
$$\begin{cases} x_1 = -\dfrac{n_1 R_1}{n - n_1} \dfrac{e}{\dfrac{n R_1}{n - n_1} - \dfrac{n R_2}{n - n_2}} + e, \\ x_2 = -\dfrac{n_2 R_2}{n - n_2} \dfrac{e}{\dfrac{n R_1}{n - n_1} - \dfrac{n R_2}{n - n_2}} + e. \end{cases}$$

Les points X_1 et X_2 sont dits *points principaux*.

115. Cas d'une lentille plongée dans l'air. — Dans le cas

particulier où la lentille est plongée dans l'air, $n_1 = n_2 = 1$, et les valeurs de x_1 et x_2 deviennent alors

$$(49)\qquad \begin{cases} x_1 = -R_1 \dfrac{e}{n(R_1 - R_2 + e) - e}, \\ x_2 = -R_2 \dfrac{e}{n(R_1 - R_2 + e) - e}, \end{cases}$$

et nous pouvons remarquer qu'alors

$$(50)\qquad \frac{x_1}{x_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

116. Foyers principaux. — Nous avons établi la relation

$$F_2 S_2 = b_2 \frac{b_1 + e}{b_1 - a_2 + e};$$

elle montre que, comme celle du point X_2, la position du point F_2 est indépendante de celle du point I_1, et que, par suite, les rayons qui viennent à la lentille parallèlement à l'axe et dans son voisinage ont, après leur passage dans la lentille, un point de concours unique.

Nous trouverions absolument de même que F_1 est un point commun à tous les rayons incidents que la lentille rend parallèles à l'axe.

Les points F_1 et F_2 sont les *foyers principaux* de la lentille. Nous compterons leurs distances f_1 et f_2 à partir des plans principaux correspondants, toujours positivement du côté de la lumière incidente.

L'équation (45) nous donne

$$F_2 X_2 = F_2 S_2 \frac{B_1 S_1}{B_1 S_2},$$

$$(51)\qquad f_2 = b_2 \frac{b_1 + e}{b_1 - a_2 + e} \frac{b_1}{b_1 + e} = \frac{b_2 b_1}{b_1 - a_2 + e};$$

de même

$$F_1 X_1 = F_1 S_1 \frac{B_2 S_2}{B_1 S_1},$$

$$-f_1 = -a_1 \frac{-a_2 + e}{-a_2 + b_1 + e} \frac{-a_2}{-a_2 + e},$$

$$(51\ bis)\qquad f_1 = -\frac{a_1 a_2}{b_1 - a_2 + e}.$$

Si nous comparons les valeurs de f_1 et de f_2, nous voyons que

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{a_1 a_2}{b_1 b_2},$$

et comme

$$\frac{a_1}{b_1} = -\frac{n_1}{n} \quad \text{et} \quad \frac{a_2}{b_2} = -\frac{n}{n_2},$$

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}.$$

Nous pouvons exprimer f_1 et f_2 en fonction des rayons :

$$(52) \quad \begin{cases} f_1 = +\dfrac{\dfrac{n_1 R_1}{n-n_1}\dfrac{n R_2}{n-n_2}}{\dfrac{n R_1}{n-n_1} - \dfrac{n R_2}{n-n_2} + e}, \\ f_2 = -\dfrac{\dfrac{n_2 R_2}{n-n_2}\dfrac{n R_1}{n-n_1}}{\dfrac{n R_1}{n-n_1} - \dfrac{n R_2}{n-n_2} + e}. \end{cases}$$

Dans le cas particulier, qui est pour nous le plus important, où la lentille est plongée dans l'air, les valeurs de f_1 et f_2 deviennent

$$(53) \quad \begin{cases} f_1 = \dfrac{n}{n-1}\dfrac{R_1 R_2}{n(R_1 - R_2 + e) - e}, \\ f_2 = -\dfrac{n}{n-1}\dfrac{R_1 R_2}{n(R_1 - R_2 + e) - e}, \end{cases}$$

et, de là, nous tirons

$$f_1 = -f_2.$$

Ainsi, dans le cas où les les milieux extrêmes sont identiques, les deux distances focales, comptées comme nous l'avons dit, sont égales et de signes contraires.

117. Construction de l'image d'un point voisin de l'axe. — La connaissance des plans principaux et des foyers principaux nous donne dès maintenant le moyen de construire l'image d'un point situé hors de l'axe et dans son voisinage (*fig.* 100).

Soit L_1 ce point : je mène d'abord un rayon $L_1 I_1$ parallèle à l'axe; le rayon émergent coupera le rayon incident en M_2, dans le

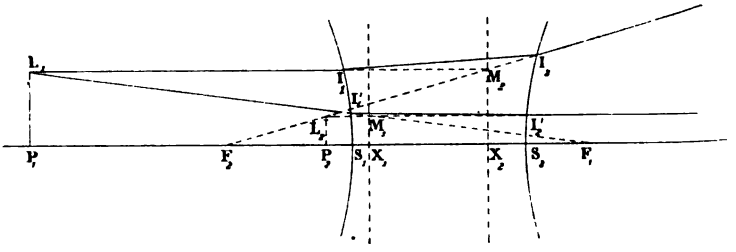
plan principal d'émergence, et sa direction passera par le foyer principal F_2. Je puis donc construire ce rayon émergent et par suite la marche complète du rayon.

Je mène d'autre part le rayon $L_1 F_1$: il donnera naissance à un rayon émergent parallèle à l'axe et coupant la portion incidente dans le premier plan principal, en M_1.

Les deux rayons émergents se coupent en L_2, qui est l'image cherchée.

118. **Relation générale des foyers conjugués.** — Projetons (*fig.* 100) les points L_1 et L_2 en P_1 et P_2 sur l'axe principal.

Fig. 100.



et convenons de désigner les distances $P_1 X_1$ et $P_2 X_2$ par p_1 et p_2, en les comptant positivement dans le sens que nous prenons toujours comme sens des quantités positives.

Les triangles semblables $M_1 X_1 F_1$ et $L_1 P_1 F_1$ nous donnent

$$\frac{M_1 X_1}{L_1 P_1} = \frac{X_1 F_1}{P_1 F_1},$$

d'où

$$(54) \qquad \frac{M_1 X_1}{L_1 P_1 - M_1 X_1} = \frac{X_1 F_1}{P_1 F_1 - X_1 F_1} = \frac{X_1 F_1}{P_1 X_1} = -\frac{f_1}{p_1}.$$

Les triangles semblables $M_2 X_2 F_2$ et $L_2 P_2 F_2$ donnent de même

$$\frac{M_2 X_2}{L_2 P_2} = \frac{X_2 F_2}{P_2 F_2},$$

$$(55) \qquad \frac{M_2 X_2}{M_2 X_2 - L_2 P_2} = \frac{X_2 F_2}{X_2 F_2 - P_2 F_2} = \frac{X_2 F_2}{P_2 X_2} = \frac{f_2}{p_2}.$$

Si nous retranchons membre à membre l'équation (54) de l'équa-

tion (55),

$$\frac{M_2X_2 - M_1X_1}{\overline{M_2X_2} - \overline{M_1X_1}} = \frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2},$$

car $L_1P_1 = M_2X_2$ et $M_1X_1 = L_2P_2$. Donc il reste

$$\frac{f_1}{p_1} + \frac{f_2}{p_2} = 1. \tag{56}$$

Nous retrouvons donc absolument la même relation que dans le cas d'une lentille mince, à condition de compter les distances des foyers conjugués, ainsi que celles des foyers principaux, à partir des plans principaux.

Nous avons démontré dans le cas d'une surface unique, et par extension dans le cas d'une lentille mince, que cette relation des foyers conjugués était le plus générale possible quand on prenait comme origines deux points quelconques conjugués par rapport au système. Il en est absolument de même ici, et on le démontrerait de façon identique.

Il est, d'autre part, facile de voir que les origines que nous avons choisies, c'est-à-dire les points principaux, sont précisément deux points conjugués par rapport à la lentille épaisse.

Si, en effet, dans l'équation (56), par exemple, nous faisons $p_1 = 0$, elle nous donnera $p_2 = 0$.

119. Autres formes de l'équation générale. — Dans le cas particulier auquel nous nous bornerons ici, et dans lequel, la lentille étant plongée dans l'air, les milieux extrêmes sont identiques, nous avons vu que

$$f_1 = -f_2,$$

et si nous posons, comme nous l'avons fait pour les lentilles minces,

$$-f_2 = f,$$

nous aurons pour la relation générale

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{f}. \tag{56 bis}$$

C'est la forme que nous utiliserons généralement.

Nous pouvons encore rapporter la position des foyers conjugués à celle des foyers principaux, en rapportant toujours celle-ci aux plans principaux. Nous désignerons alors par q_1 la distance de P_1 à F_1, par q_2 celle de P_2 à F_2, toujours avec les mêmes conventions de signes.

Nous nous sommes servis, pour établir la relation (56), des proportions

$$\frac{L_1P_1}{M_1X_1} = \frac{P_1F_1}{X_1F_1},$$
$$\frac{L_2P_2}{M_2X_2} = \frac{P_2F_2}{X_2F_2}.$$

Multiplions-les membre à membre; si nous observons que $L_1P_1 = M_2X_2$ et $M_1X_1 = L_2P_2$, il vient (*fig.* 100)

$$1 = \frac{q_1(-q_2)}{(-f_1)f_2},$$

(56 *ter*) $$q_1q_2 = f_1f_2,$$

ou, dans le cas particulier,

$$q_1q_2 = -f^2;$$

c'est l'équation de Newton.

120. Plans focaux. — L'équation (56) nous montre que les points situés à la même distance du plan principal d'incidence donnent leurs images à la même distance du plan principal d'émergence; donc un objet plan perpendiculaire à l'axe donnera une image plane perpendiculaire à l'axe; en particulier, L_1P_1 (*fig.* 100) aura pour image L_2P_2.

Nous avions déjà établi d'une manière générale qu'il en était ainsi pour les images successives données par une série de surfaces sphériques centrées.

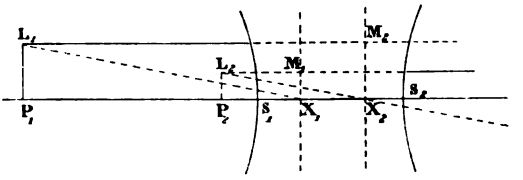
Mais il ne faut pas oublier que, pour établir l'existence des plans principaux, nous avons fait la même réserve que dans cette démonstration générale, à savoir que nous considérons uniquement des rayons et des points peu écartés de l'axe principal.

Ainsi nous aurons, dans les lentilles épaisses, des *plans focaux conjugués,* et de même nous aurons des *plans focaux principaux,* perpendiculaires à l'axe aux foyers principaux.

121. **Points nodaux.** — Considérons de nouveau la *fig.* 100, et menons les rayons L_1X_1 et L_2X_2 (*fig.* 101).

De ce que les points X_1 et X_2 sont conjugués, il résulte qu'à tout rayon incident passant par X_1 correspondra un rayon émergent passant par X_2; et de ce que L_1 et L_2 sont également conjugués,

Fig. 101.



il résulte que le rayon L_2X_2 sera précisément le rayon émergent correspondant au rayon incident L_1X_1.

Or nous avons établi (§ 118) que

$$\frac{M_1X_1}{L_1P_1 - M_1X_1} = \frac{X_1F_1}{P_1X_1},$$

$$\frac{M_2X_2}{M_2X_2 - L_2P_2} = \frac{X_2F_2}{P_2X_2},$$

d'où

$$\frac{M_1X_1}{M_2X_2} = \frac{X_1F_1}{X_2F_2}\,\frac{P_2X_2}{P_1X_1}. \tag{57}$$

Si la lentille est supposée plongée dans l'air, $X_1F_1 = X_2F_2$, et comme d'autre part $M_1X_1 = L_2P_2$ et $M_2X_2 = L_1P_1$, cette relation devient

$$\frac{L_2P_2}{L_1P_1} = \frac{P_2X_2}{P_1X_1},$$

ce qui montre que les triangles $L_1P_1X_1$ et $L_2P_2X_2$ sont semblables et que, par conséquent, les rayons L_1X_1 et L_2X_2 sont parallèles entre eux.

Ainsi le rayon émergent correspondant à un rayon incident passant par X_1 lui est parallèle et passe par X_2, et cela quel que soit le point L_1. Donc nous pourrons dire qu'à tout rayon incident passant par X_1 correspond un rayon émergent parallèle passant

par X_2. Nous aurons ainsi des axes secondaires comme dans les lentilles minces; mais ils sont brisés.

Cette propriété n'appartient ici aux points principaux que parce que nous avons supposé que la lentille était par ses deux faces en contact avec le même milieu. Elle appartient, dans le cas général, à deux points N_1 et N_2 distincts des points principaux, et qui sont séparés de ces points par une distance commune

$$N_1X_1 = N_2X_2 = f_1 + f_2.$$

Dans le cas auquel nous nous bornons, nous avons vu que

$$f_1 + f_2 = 0,$$

et par conséquent N_1 se confond avec X_1, et N_2 avec X_2.

Les points N_1 et N_2 ont été indiqués par Listing et appelés par lui *points nodaux* ou *nœuds de réfraction*.

Nous n'aurons pas à les distinguer des points principaux et nous appellerons indifféremment X_1N_1 point principal ou point nodal d'incidence; X_2N_2 point principal ou point nodal d'émergence.

122. Grossissement. — Nous avons montré que l'image d'un objet plan perpendiculaire à l'axe est aussi plane et perpendiculaire à l'axe, et qu'en particulier, dans la *fig.* 100, L_2P_2 est l'image de L_1P_1. Nous appellerons grossissement le rapport $G = \frac{L_2P_2}{L_1P_1}$ de deux dimensions linéaires homologues de l'image et de l'objet, dimensions que nous désignerons encore par h_2 et h_1, toujours avec les mêmes conventions de signes (*voir* § 93).

Nous avons d'autre part établi la relation (57)

$$\frac{M_1X_1}{M_2X_2} = \frac{X_1F_1}{X_2F_2}\,\frac{P_2X_2}{P_1X_1},$$

qui peut s'écrire

$$\frac{h_2}{h_1} = -\frac{f_1}{f_2}\,\frac{p_2}{p_1} = \frac{n_1p_2}{n_2p_1}, \tag{58}$$

et si nous nous bornons au cas d'une lentille plongée dans l'air, comme alors $n_1 = n_2 = 1$,

$$G = \frac{h_2}{h_1} = \frac{p_2}{p_1}. \tag{59}$$

Nous retrouvons la même expression du grossissement que dans la lentille mince.

Si nous tirons $\frac{p_2}{p_1}$ de l'équation (56 *bis*),

(59 *bis*) $$G = \frac{h_2}{h_1} = \frac{f}{f - p_1}.$$

123. Propriété des plans principaux. — Si dans les équations des foyers conjugués et du grossissement nous faisons $p_1 = 0$, il vient d'une part

$$p_2 = 0,$$

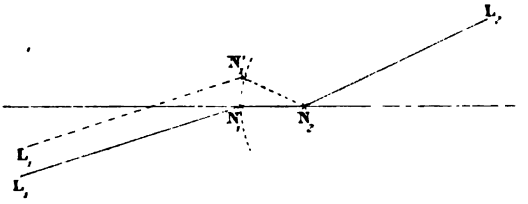
et d'autre part

$$G = 1.$$

Donc un objet situé dans un des plans principaux donne dans l'autre une image qui lui est égale, et qui est droite.

124. Propriété particulière du point nodal d'émergence. — Le point N_2 jouit d'une propriété spéciale, signalée dès le début de l'étude des lentilles épaisses, et que M. le Commandant Moëssard a utilisée de façon extrêmement ingénieuse, d'abord pour la

Fig. 102.



construction d'un appareil panoramique, puis pour l'étude des objectifs.

Soit (*fig.* 102) une lentille épaisse, dont les points nodaux soient N_1 et N_2, et par conséquent l'axe principal N_1N_2.

Soit un point lumineux L_1 situé à une distance assez grande de la lentille : l'image de L_1 se forme en L_2 sur l'axe secondaire $L_1N_1N_2L_2$.

Supposons maintenant que l'on fasse tourner la lentille autour

du point nodal d'émergence N_2; le point nodal N_1 vient en N'_1 en décrivant un arc de cercle; joignons $L_1N'_1$: cette ligne sera parallèle à L_1N_1 si L_1 est assez éloigné pour que, par rapport à sa distance à la lentille, la distance $N_1N'_1$ soit négligeable : la nouvelle image se fera sur une parallèle menée par N_2 à $L_1N'_1$, c'est-à-dire sur N_2L_2; et comme de plus la distance du point lumineux à la lentille n'a pas changé, elle se fera à la même distance de N_2 que dans le premier cas, c'est-à-dire précisément en L_2.

Ainsi, pendant que la lentille tourne autour du point N_2, l'image d'un point donné formée par la lentille ne subit aucun déplacement, ni aucune modification.

Il est facile de voir (*fig.* 103 et 103 *bis*) que si, au contraire, la

Fig. 103.

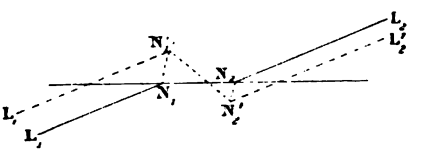
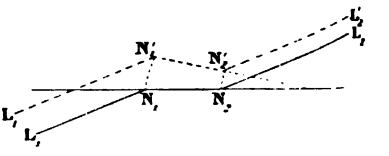


Fig. 103 *bis*.



rotation s'était produite autour d'un point autre que N_2, il y aurait eu déplacement latéral de l'image, dans le sens de la rotation ou en sens inverse suivant que le pivot aurait été en avant ou en arrière du point N_2.

125. **Constructions géométriques de la marche d'un rayon quelconque et de l'image d'un point.** — Nous avons déjà indiqué un procédé permettant de construire géométriquement l'image d'un point lumineux voisin de l'axe; nous allons indiquer maintenant d'autres modes de construction fondés sur la considération soit des plans focaux, soit des points nodaux.

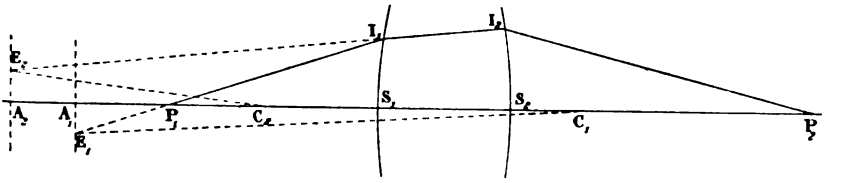
1° Nous pouvons d'abord construire la marche d'un rayon quelconque dans une section principale, au moyen de la méthode qui nous a servi pour une seule surface, et qui utilise les plans focaux principaux.

Soient S_1 et S_2 (*fig.* 104) les deux faces de la lentille, qui sera convergente par exemple, et C_1C_2 leurs centres.

Soient A_1 et B_1, A_2 et B_2, les foyers respectifs de ces surfaces.

Soit un rayon $P_1 I_1$; il coupe en E_1 le plan focal antérieur A_1 de la première surface : il peut être considéré comme issu de ce point, et par suite nous savons qu'il se propagera, entre les deux surfaces, parallèlement au rayon $E_1 C_1$, lequel, issu du même point du plan focal mais passant par le centre C_1 de la première surface, la tra-

Fig. 104.

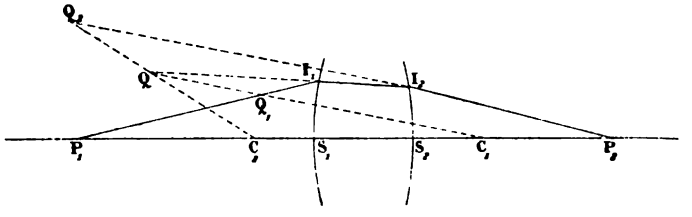


verse sans déviation. Je mènerai donc $E_1 C_1$, et, par I_1, une parallèle $I_1 I_2$ à cette droite.

Le rayon $I_1 I_2$ peut être de même considéré comme issu du point E_2 où il rencontre le plan focal antérieur A_2 de la seconde surface, et par suite j'aurai le rayon émergent $I_2 P_2$ en menant par I_2 une parallèle à $E_2 C_2$.

2° Nous pouvons construire en même temps l'image d'un point quelconque Q_1 de $P_1 I_1$ (*fig.* 105) : la première image sera au

Fig. 105.



point Q, où le rayon $I_1 I_2$ rencontre le rayon $Q_1 C_1$ de la première surface ; l'image définitive sera sur le rayon $C_2 Q$ de la seconde surface, à son point de rencontre Q_2 avec lerayon émergent $I_2 P_2$.

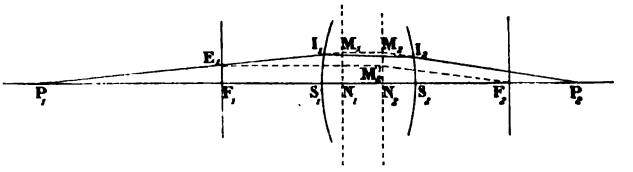
3° Soient toujours S_1 et S_2 les sommets des deux faces, F_1 et F_2 les deux foyers principaux ; N_1 et N_2 les points nodaux, confondus avec les points principaux (*fig.* 106).

Nous savons que tout objet situé dans un des plans principaux donne dans l'autre une image égale et de même sens.

Soit donc un rayon quelconque émané d'un point P_1 ; soit M_1 le point où il rencontre le premier plan principal : N_1M_1 donnera dans le second plan principal une image égale N_2M_2, et si je mène M_1M_2 parallèle à l'axe, je sais que M_2 sera sur le rayon réfracté.

D'autre part, le rayon P_1I_1 peut être supposé issu du point E_1 où il rencontre le plan focal principal antérieur F_1 : il sortira parallèlement à la portion émergente de tout rayon issu de ce point.

Fig. 106.



et en particulier du rayon $E_1M'_2$ parallèle à l'axe et qui, pour cette raison, sortira en passant par le foyer F_2.

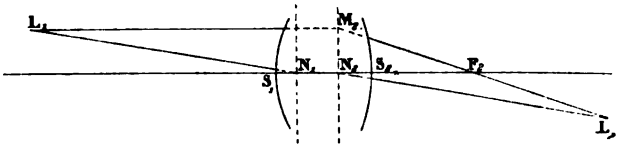
Je mènerai donc $E_1M'_2$ parallèle à l'axe principal; je joindrai M'_2F_2 et je mènerai par M_2 une parallèle M_2P_2 à M'_2F_2 : ce sera la direction du rayon émergent : j'aurai la portion transverse du rayon en joignant les points I_1 et I_2 où les portions incidente et émergente coupent les deux faces de la lentille.

Le procédé que nous avons vu tout à l'heure nous permettait de construire la marche d'un rayon quelconque en connaissant les deux faces et leurs centres : celui-ci nous fournit le moyen de construire les portions extérieures, seules nécessaires, au moyen des plans principaux, sans qu'il soit besoin de s'occuper des surfaces autrement que pour tracer la portion transverse, qui s'obtient en joignant les points où les portions extérieures rencontrent les faces.

4° Nous savons d'autre part qu'à tout rayon incident passant par le point nodal antérieur N_1 correspond un rayon émergent passant par le point nodal N_2, ce qui nous donne des axes secondaires brisés dont nous pouvons nous servir.

Soit (*fig.* 107) un point L_1 voisin de l'axe : joignons L_1N_1 et menons par N_2 une parallèle à cette droite; elle contiendra l'image L_2. Nous n'aurons alors qu'à construire un autre rayon, et en particulier le rayon L_1M_2, parallèle à l'axe et dont la portion émer-

Fig. 107.



gente doit passer par F_2 : l'intersection de cette portion avec N_2L_2 nous donnera le point L_2.

Ce dernier mode de construction, qui est de beaucoup le plus simple, est tout à fait semblable à celui que nous avons employé pour les lentilles minces.

126. Position des points nodaux. — Pour déterminer la position des points nodaux dans une lentille quelconque, il suffit d'examiner le signe et la valeur que prennent pour cette lentille x_1 et x_2.

La discussion générale des expressions

$$x_1 = \frac{-R_1 e}{n(R_1 - R_2) + (n-1)e}, \qquad x_2 = \frac{-R_2 e}{n(R_1 - R_2) + (n-1)e},$$

devient très simple si l'on remarque que, dans toutes les lentilles dont nous pouvons avoir à faire usage, l'épaisseur e, et *a fortiori* le produit $\frac{n-1}{n}e$ sont toujours notablement plus petits que les rayons de courbure et que la somme $R_1 - R_2$ et que, par suite, la valeur de $(n-1)e$ ne peut influer sur le signe de

$$n(R_1 - R_2) + (n-1)e;$$

de sorte que la discussion se réduit à celle du produit

$$-\frac{\frac{R_1}{n}}{R_1 - R_2} \times e$$

pour le point nodal d'incidence, et du produit

$$-\frac{\frac{R_2}{n}}{R_1 - R_2} \times e$$

pour le point nodal d'émergence; il suffira d'ailleurs de la faire pour l'un des points, grâce à la relation

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Cette discussion ne présente aucune difficulté; elle ne présente pas non plus grand intérêt, et nous ne ferons qu'en indiquer les résultats.

On trouve que, dans les lentilles biconvexes et biconcaves, les points nodaux sont toujours tous deux à l'intérieur, et que, dans les ménisques, l'un des deux points est toujours en dehors, l'autre pouvant être ou extérieur ou intérieur.

Enfin, dans les lentilles plan-courbes, où l'un des deux rayons de courbure est infini, suivant que c'est R_1 ou R_2, il vient

$$x_1 = -\frac{e}{n},$$
$$x_2 = 0$$

ou

$$x_2 = +\frac{e}{n},$$
$$x_1 = 0;$$

c'est-à-dire qu'un des points nodaux est au sommet de la face courbe, et l'autre à l'intérieur, à une distance $\frac{e}{n}$ de la face plane.

Il est cependant intéressant de faire la discussion complète pour l'un des cas, celui de la lentille biconvexe, par exemple, en supposant les rayons donnés et en faisant varier l'épaisseur. Nous voyons, R_2 étant positif, que x_2 reste positif et plus petit que e tant que

$$n(R_2 - R_1) - (n-1)e > R_2,$$
$$n(R_2 - R_1) - R_2 > (n-1)e,$$
$$e < \frac{n(R_2 - R_1) - R_2}{n-1};$$

il devient $= e$, et par conséquent le point nodal d'émergence se trouve sur la face antérieure quand

$$e = \frac{n(R_2 - R_1) - R_2}{n - 1};$$

e continuant à augmenter, x_2 irait croissant pour devenir infini quand

$$e = \frac{n}{n-1}(R_2 - R_1),$$

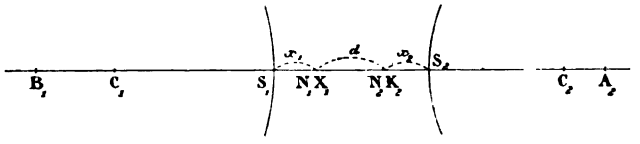
puis, passant de $+\infty$ à $-\infty$, deviendrait négatif et diminuerait en valeur absolue jusqu'à

$$\frac{-R_2}{n-1}$$

pour e infini.

127. Distance des points nodaux. — Cherchons la distance des points nodaux : nous la désignerons par d et conviendrons de la

Fig. 108.



compter positivement quand le point nodal d'incidence N_1 sera, par rapport à l'autre, du côté de la lumière incidente.

Nous avons (*fig.* 108), et en tenant compte des conventions de signes,

$$-x_1 + d + x_2 = e,$$

$$d = e + x_1 - x_2,$$

$$d = e - \frac{eR_1}{n(R_1 - R_2) + (n-1)e} + \frac{eR_2}{n(R_1 - R_2) + (n-1)e},$$

$$(60) \quad d = e\,\frac{(n-1)(R_1 - R_2 + e)}{n(R_1 - R_2) + (n-1)e} = e\,\frac{(n-1)(R_1 - R_2 + e)}{n(R_1 - R_2 + e) - e}.$$

REMARQUE. — Cette relation peut s'écrire

$$\frac{d}{e} = \frac{R_1 - R_2 + e}{\frac{nR_1}{n-1} - \frac{nR_2}{n-1} + e};$$

dans le second membre, le numérateur représente la distance des centres des deux sphères dont font partie les faces de la lentille; le dénominateur, la distance des foyers principaux B_1 et A_2; et cela d'une manière générale, si l'on convient de compter ces distances positivement si le centre de la première face est en avant du centre de la seconde, et de même le foyer B_1 en avant du foyer A_2.

Ainsi le rapport entre la distance des points principaux et l'épaisseur de la lentille est le même qu'entre la distance des centres et celle des foyers intérieurs.

L'expression de la distance d peut encore s'écrire

$$d = e\,\frac{n-1}{n}\,\frac{R_1 - R_2 + e}{R_1 - R_2 + \dfrac{n-1}{n}\,e},$$

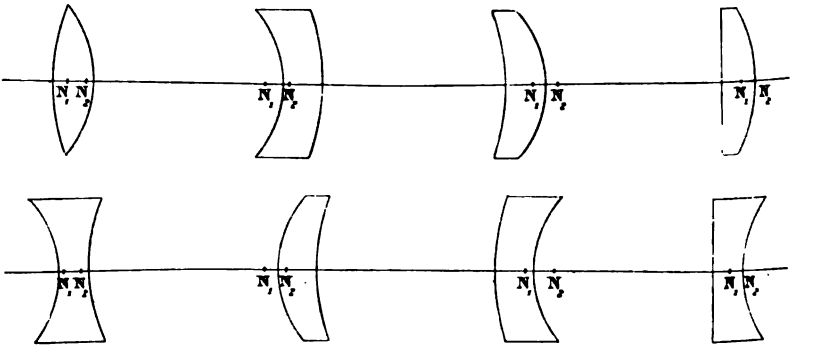
et, sous cette forme, on voit immédiatement que, tant que e n'est pas de grandeur comparable à $R_1 - R_2$, d non seulement ne change pas de signe, mais encore conserve sensiblement la valeur constante

$$\frac{n-1}{n}\,e,$$

soit $\frac{1}{3}\,e$ pour un verre d'indice $\frac{3}{2}$.

Donc, pour des lentilles de toute forme, et d'épaisseur égale,

Fig. 109.



pourvu que cette épaisseur soit petite, les points nodaux se présentent dans le même ordre, le point N_1 étant en avant du

point N_2, et à la même distance l'un de l'autre; en rapprochant ce résultat de ceux qui précèdent, nous voyons que dans une lentille biconvexe ou biconcave, tous deux sont à l'intérieur, plus près de la face la plus courbe que de l'autre, puisque

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{R_1}{R_2};$$

que dans une lentille plan-courbe ou dans un ménisque, ils sont rejetés du côté de la plus forte courbure, l'un des points étant à l'intérieur et l'autre sur la surface dans le cas d'une lentille plan-courbe, l'un au moins des points étant à l'extérieur dans le cas d'un ménisque (*fig.* 109).

Si maintenant nous examinons le cas général, sur une lentille biconvexe par exemple, nous voyons que e croissant, la distance d devient nulle quand $e = R_2 - R_1$, comme on le voit en mettant d sous la forme

$$d = e(n-1)\frac{1}{n - \dfrac{e}{R_1 - R_2 + e}};$$

puis devient négative, le point N_2 passant en avant du point N_1; devient égale à $-e$ quand

$$e = \frac{2n-1}{2n-2}(R_2 - R_1);$$

passe par l'infini quand

$$e = \frac{n}{n-1}(R_2 - R_1);$$

puis change de nouveau de signe.

128. Lentilles convergentes et divergentes. — Nous dirons qu'une lentille épaisse est convergente quand le point de concours des rayons tombant sur sa face antérieure, parallèlement à l'axe, se trouve derrière la lentille, en dehors de la masse réfringente.

Pour cela, il faut, si le point nodal d'émergence est en avant de la face postérieure de la lentille, c'est-à-dire si x_2 est positif, que

f_2 soit négatif et plus grand que x_2; si le point nodal est en arrière, c'est-à-dire si x_2 est négatif, il faut que f_2 soit négatif ou que, positif, il soit plus petit que $-x_2$: ces diverses conditions sont réunies dans la condition générale

$$f_2 + x_2 < 0,$$

ou, en nous reportant aux valeurs de f_2 (53), et de x_2 (49),

$$-\frac{n}{n-1}\frac{R_1 R_2}{n(R_1 - R_2 + e) - e} - \frac{R_2 e}{n(R_1 - R_2 + e) - e} < 0,$$

$$\frac{n R_1 R_2 + (n-1) R_2 e}{n(n-1)(R_1 - R_2) + (n-1)^2 e} > 0,$$

ou, divisant par le terme positif $n - 1$,

$$\frac{R_2\left(R_1 + \frac{n-1}{n} e\right)}{R_1 - R_2 + \frac{n-1}{n} e} > 0.$$

Or, ainsi que nous l'avons dit, sauf dans des lentilles dont nous n'aurons jamais à nous servir, les rayons de courbure des faces et la somme $R_1 - R_2$ sont notablement plus grands que l'épaisseur et, *a fortiori,* que

$$\frac{n-1}{n} e;$$

la présence de ce terme n'aura donc pas d'influence sur les signes du numérateur et du dénominateur, et par conséquent la fraction aura le même signe que

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2},$$

qui, nous l'avons vu à propos des lentilles minces, est toujours positif pour les lentilles plus épaisses au centre qu'au bord et toujours négatif pour les autres.

Il résulte de là qu'en écartant les cas extraordinaires dont nous avons parlé : d'une part, la classification des lentilles épaisses sera la même que celle des lentilles minces; d'autre part, dans la discussion et les applications numériques, nous devrons considérer f

comme positif pour les lentilles convergentes, et comme négatif pour les divergentes, le signe de

$$\frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2}$$

entraînant celui de f, puisque

$$f = -f_2 = \frac{n}{n-1} \frac{R_1 R_2}{n(R_1 - R_2) + (n-1)e}$$

$$= \frac{1}{n-1} \frac{R_1 R_2}{R_1 - R_2 + \frac{n-1}{n} e}.$$

Mais il ne faut pas oublier la réserve faite et généraliser complètement; c'est ainsi qu'on peut, par exemple, réaliser un ménisque plus épais au centre qu'au bord et qui soit divergent.

129. Discussion de la relation générale des foyers conjugués. — La discussion que nous avons faite, dans le cas d'une lentille mince, de la relation des foyers conjugués et de celle du grossissement s'applique complètement ici, et il est inutile de la reproduire.

Il faut seulement rappeler que les distances p_1 et p_2, f_1 et f_2 se comptaient alors du sommet commun des deux faces et qu'elles se comptent ici des points nodaux : du point N_1 pour p_1 et f_1, du point N_2 pour p_2 et f_2.

Nous aurons cependant quelques points particuliers à signaler. D'abord nous avons déjà noté ce fait que l'image d'un objet situé dans l'un des plans principaux donne son image dans l'autre, et que cette image est égale à l'objet et de même sens, si les milieux extrêmes sont identiques; les plans principaux remplacent donc, ici encore, le plan auquel nous supposions réduite la lentille mince; leur propriété est aussi analogue à celle dont jouit le centre pour une surface unique.

Dans le cas général, les plans principaux sont encore conjugués, mais l'image n'est plus égale à l'objet : leur rapport de grandeur est celui des indices extrêmes.

Les points nodaux, dans le cas général, sont eux-mêmes conju-

gués, bien que distincts des plans principaux, puisque l'équation

$$\frac{f_1}{p_1}+\frac{f_2}{p_2}=1$$

est satisfaite pour $p_1=p_2=f_1+f_2$.

La discussion nous montrera que, comme dans la lentille mince, pour $p_1=2f$, il vient $p_2=-2f$. L'image d'un objet situé à une distance du point nodal d'incidence égale au double de la distance focale principale, se fera de l'autre côté de la lentille, à la même distance du point nodal d'émergence : elle sera encore égale à l'objet, et sera renversée, puisque alors $G=-1$.

130. Points et plans de Bravais. — Mais elle met en évidence l'existence d'autres points remarquables, signalés par Bravais dans un cas particulier, par M. Martin dans le cas général et que ce physicien a appelés *points de Bravais*.

Ce sont des points de l'axe qui, non plus comme le centre, mais comme le sommet d'une surface unique, contiennent à la fois le point lumineux et son image : les *plans de Bravais* sont les plans menés par ces points perpendiculairement à l'axe et jouissent de cette propriété que tout point contenu dans un de ces plans y a aussi son image.

Il faut et il suffit, pour qu'un point de l'axe coïncide avec son image, que la différence des longueurs p_1 et p_2 soit exactement égale à l'écartement d des points nodaux. Appelons π_1 et π_2 les distances d'un de ces points aux points nodaux :

$$\pi_2-\pi_1=d;$$

et l'on devra avoir en outre

$$\frac{1}{\pi_1}-\frac{1}{\pi_2}=\frac{1}{f};$$

il vient donc

$$\frac{1}{\pi_1}-\frac{1}{\pi_1+d}=\frac{1}{f},$$

$$\pi_1^2+\pi_1 d-fd=0,$$

$$\pi_1=\frac{-d\pm\sqrt{d^2+4fd}}{2}. \qquad (61)$$

Il y a donc deux solutions et, par suite, deux points jouissant de la même propriété.

D'après ce que nous avons dit des plans focaux conjugués, les plans menés perpendiculairement à l'axe par les points trouvés se confondront avec leurs plans conjugués. L'image sera à l'objet dans le rapport

$$\frac{\pi_1 + d}{\pi_1}.$$

Dans l'expression de π_1, la quantité sous le radical peut s'écrire

$$(d + 2f)^2 - 4f^2,$$

et il faudra, pour que les points de Bravais soient réels, que

$$(d + 2f)^2 > 4f^2$$

ou que, en valeur absolue,

$$d + 2f > 2f,$$

ce qui ne pourra avoir lieu que si d et f sont de même signe, et aura toujours lieu dans ce cas.

Il faudra donc

$$\frac{n}{n-1} \frac{R_1 R_2}{n(R_1 - R_2 + e) - e} \times e \frac{(n-1)(R_1 - R_2 + e)}{n(R_1 - R_2 + e) - e} > 0,$$

ce qui revient à

$$R_1 R_2 (R_1 - R_2 + e) > 0.$$

Si R_1 et R_2 sont de même signe, il faudra donc

$$R_1 - R_2 + e > 0.$$

Avec un ménisque plus épais au centre qu'au bord, $R_1 - R_2$ est toujours positif et, dans tous les cas usuels, plus grand que e. Avec un ménisque plus épais au bord qu'au centre, $R_1 - R_2$ est toujours négatif et, dans la pratique, plus grand que e en valeur absolue.

Si R_1 et R_2 sont de signes contraires, il faudra

$$R_1 - R_2 + e < 0.$$

Dans une lentille biconvexe, cette condition sera encore toujours remplie dans la pratique, et elle ne le sera pas dans une lentille biconcave.

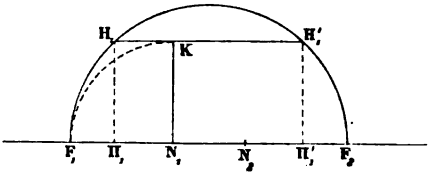
En somme, cette discussion est absolument la même que celle faite plus haut au sujet de la convergence, et l'on voit que les points de Bravais seront toujours réels dans les lentilles convergentes, et virtuels dans les lentilles divergentes, dont nous aurons à nous servir.

Enfin si $d = 0$, c'est-à-dire pour une lentille mince, $\pi_1 = 0$, ce qui montre que les points de Bravais se confondent sur la lentille.

M. Martin a indiqué un procédé de construction géométrique pour obtenir les points de Bravais; il est extrêmement simple.

Décrivons (*fig.* 110) une demi-circonférence sur F_1F_2 comme

Fig. 110.



diamètre; élevons sur F_1F_2, par le point nodal N_1, par exemple, une perpendiculaire N_1K de longueur f, et par conséquent égale à N_1F_1; puis menons par K une parallèle à l'axe : elle coupe la première circonférence en deux points H_1 et H'_1, se projetant sur l'axe principal en Π_1 et Π'_1

$$\overline{H_1\Pi_1}^2 = \overline{N_1K}^2 = f^2.$$

Mais, dans la circonférence de diamètre F_1F_2,

$$\overline{H_1\Pi_1}^2 = \overline{\Pi_1F_1} \times \overline{\Pi_2F_2} = -q_1q_2.$$

Donc le point Π_1, et il en est de même pour le point Π'_1, satisfait à l'équation de Newton

$$q_1q_2 = -f^2.$$

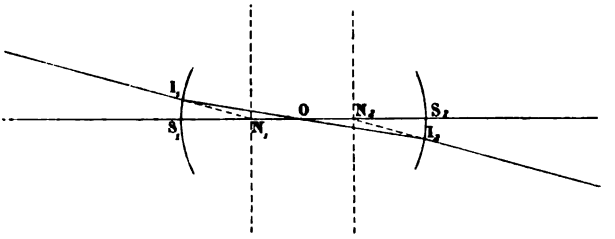
Chacun de ces points est donc son propre conjugué : ce sont bien les points cherchés.

131. **Centre optique.** — Soit un axe secondaire coupant les deux

faces de la lentille en deux points I_1 et I_2, et soit O le point où la portion transverse I_1I_2 coupe l'axe principal (*fig.* 111).

Supposons les points I_1 et I_2 assez voisins de l'axe pour que les

Fig. 111.



portions I_1S_1, I_2S_2 des faces puissent être considérées comme planes et perpendiculaires à l'axe.

Les triangles semblables I_1ON_1, I_2ON_2 donnent

$$\frac{ON_1}{ON_2} = \frac{I_1N_1}{I_2N_2}.$$

Mais les triangles $I_1S_1N_1$, $I_2S_2N_2$ donnent

$$\frac{I_1N_1}{I_2N_2} = \frac{S_1N_1}{S_2N_2};$$

donc

$$\frac{ON_1}{ON_2} = \frac{S_1N_1}{S_2N_2} = \frac{-x_1}{x_2} = -\frac{R_1}{R_2}.$$

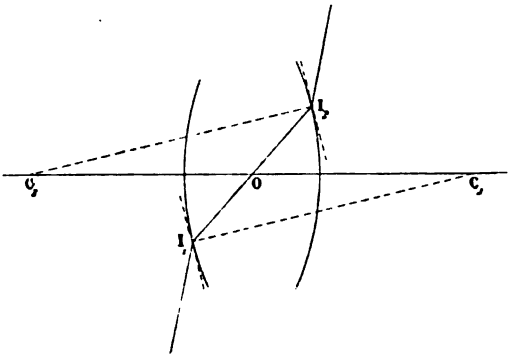
Donc la position du point O est indépendante, sous la réserve que nous avons faite, de la position du point I_1 : c'est le *centre optique*. Pour tout rayon dont la direction incidente passe par le point nodal d'incidence, la portion transverse passe par le centre optique, et, inversement, pour tout rayon, voisin de l'axe, dont la portion transverse passe par le centre optique, les portions incidente et émergente passent par les points nodaux et par conséquent sont parallèles.

Remarquons qu'un rayon dirigé vers N_1 est réfracté par la première surface suivant une direction qui passe par le point O, c'est-à-dire que le point O est conjugué de N_1 par rapport à la première surface; il l'est de même de N_2 par rapport à la seconde, et, par suite, on peut dire que les points nodaux sont respectivement les

images du centre optique par rapport aux deux faces de la lentille.

REMARQUE. — Le centre optique n'appartient pas exclusivement aux rayons voisins de l'axe. Tout rayon, quelle que soit son obliquité, qui entre et sort de la lentille en des points où les plans tangents aux surfaces soient parallèles, sortira parallèlement à sa direction d'incidence, et sa portion transverse passera par le centre optique : si, en effet, nous considérons un tel rayon, que nous menions les rayons I_1C_1 et I_2C_2 des deux surfaces (*fig.* 112), ces

Fig. 112.



derniers sont parallèles comme normaux à des plans tangents parallèles, et la similitude des triangles C_1I_1O, C_2I_2O nous donne

$$\frac{OC_1}{OC_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Le point O, où la portion transverse coupe l'axe, est toujours le même quelle que soit l'obliquité du rayon.

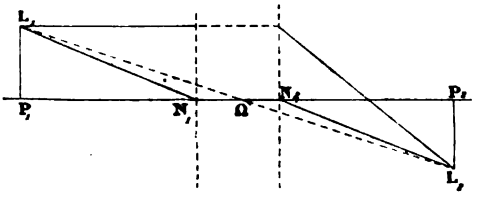
Mais c'est seulement dans le cas de rayons très voisins de l'axe que les portions incidentes et émergentes passeront par les points nodaux.

132. Centre de similitude. — Nous retrouvons donc, pour les lentilles épaisses, le centre optique; mais il n'a plus le même intérêt que dans les lentilles minces, où il était le centre de similitude de l'objet et de l'image.

Ici le *centre de similitude* est distinct du centre optique.

Soient en effet (*fig.* 113) un objet L_1P_1 et L_2P_2 son image : joignons L_1L_2; cette droite coupe en Ω l'axe principal; appelons ω_1 et ω_2 les distances de Ω aux points nodaux et soumettons-les à notre convention de signes ordinaire.

Fig. 113.



En appelant comme toujours h_1 et h_2 des dimensions linéaires de l'objet et de l'image, nous avons

$$\frac{L_1P_1}{L_2P_2} = \frac{P_1\Omega}{P_2\Omega},$$

$$\frac{h_1}{-h_2} = \frac{p_1-\omega_1}{\omega_2-p_2},$$

et comme

$$\frac{h_1}{h_2} = \frac{p_1}{p_2},$$

$$\frac{p_1}{-p_2} = \frac{p_1-\omega_1}{\omega_2-p_2} = \frac{-\omega_1}{\omega_2}.$$

Donc

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{p_1}{p_2}. \tag{62}$$

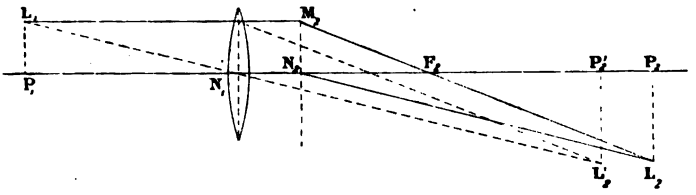
La position de Ω est donc indépendante de h_1; c'est donc bien un centre de similitude; mais elle dépend de p_1 et par conséquent elle change avec la position de l'objet.

Nous pouvons remarquer que le rapport de ses distances aux points nodaux est égal au grossissement linéaire.

133. Lentille équivalente. — Si l'on considère la construction qui nous a servi à construire l'image d'un point au moyen des points nodaux (*fig.* 114), et qu'on la compare à celle qui nous permettrait de construire l'image donnée du même point par une lentille

mince, qui serait placée en N_1 et aurait pour distance focale principale la distance focale N_2F_2 de la lentille épaisse, on voit immédiatement qu'elles ne diffèrent que par un déplacement latéral des portions émergentes des rayons, déplacement qui, suivant l'axe, est égal à la distance des points nodaux, et qui n'est pas accompagné d'un changement dans la direction. Il en résulte que l'image

Fig. 114.



obtenue dans les deux cas serait de même grandeur et subirait simplement de l'un à l'autre ce même déplacement.

Par conséquent, une lentille mince placée au point nodal d'incidence de la lentille épaisse et ayant comme distance focale principale la distance focale absolue de la lentille épaisse lui serait équivalente, avec cette seule différence que les images subiraient un déplacement égal à la distance des points nodaux de la lentille épaisse.

Cette lentille mince est ce qu'on appelle quelquefois la *lentille équivalente.*

Il n'est donc pas étonnant que les discussions algébrique et géométrique faites pour la lentille mince, au sujet de la position et de la grandeur des images, s'appliquent exactement à la lentille épaisse de même genre : il est facile de voir aussi que cette discussion géométrique met en évidence l'existence, dans la lentille épaisse seule, des plans de Bravais.

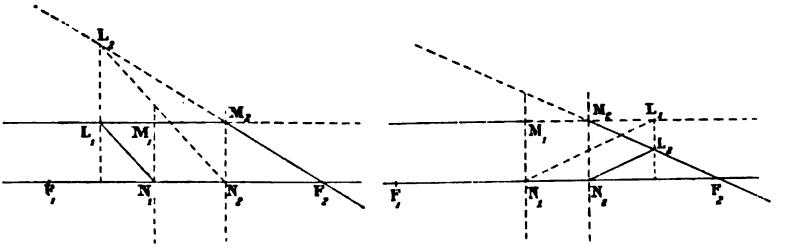
Supposons toujours (*fig.* 115) un point lumineux se déplaçant suivant une parallèle à l'axe, soit L_1M_1 : l'image se déplacera suivant M_2F_2, et, pour l'obtenir dans chaque cas, nous mènerons par N_2 une parallèle à L_1N_1.

Lorsque L_1 se déplacera entre le plan focal F_1 et le plan principal N_1, la portion N_2L_2 de l'axe secondaire rencontrera le lieu des positions de l'image au-dessus de L_1M_1.

Lorsque L_1 sera virtuel, L_2 se déplacera de M_2 à F_2. Dans les deux cas, il est facile de voir qu'il y aura une position de L_1 pour laquelle L_1 et L_2 seront sur une même perpendiculaire à l'axe : ces perpendiculaires seront les traces des plans de Bravais.

Dans une lentille mince, les droites N_1L_1 et N_2L_2 étant con-

Fig. 115.



fondues, les points L_1 et L_2 ne pourront être sur une même perpendiculaire à l'axe que quand N_1L_1 lui sera perpendiculaire, c'est-à-dire lorsque le point lumineux sera sur la lentille elle-même.

On voit en même temps que les deux plans de Bravais ne pourront exister que pour une lentille convergente et qu'ils seront situés l'un entre F_1 et N_1, l'autre entre N_2 et F_2.

CHAPITRE X.

SYSTÈMES DE LENTILLES ÉPAISSES.

I. — SYSTÈMES CENTRÉS EN GÉNÉRAL.

134. Systèmes centrés. — Nous ne nous occuperons que de la réfraction dans les systèmes centrés, c'est-à-dire formés par une série de milieux réfringents dont toutes les surfaces de séparation seront des portions de sphères ayant leurs centres sur une même ligne droite, que nous appellerons l'axe principal du système.

Il est facile de voir immédiatement qu'un tel système conservera certaines propriétés appartenant à une surface ou à une lentille unique.

Tout d'abord un cône de rayons ayant pour axe l'axe principal donnera encore à la sortie un cône, d'angle généralement différent, mais ayant encore le même axe, la réfraction par chacune des surfaces successives ayant eu pour effet de modifier l'ouverture du cône sans altérer l'homocentricité.

Par conséquent, un point situé sur l'axe principal en avant du système donnera naissance à des rayons qui, après leur passage dans le système, auront leur point de concours sur l'axe principal.

Il est facile de concevoir qu'il y aura une position de ce point pour lequel le cône émergent aura une ouverture nulle, les rayons sortant du système parallèlement à l'axe principal : nous appellerons *premier foyer principal* ce point particulier de l'axe, point qui, suivant la constitution du système, pourra être réel ou virtuel.

De même, nous appellerons *second foyer principal* le point de concours, réel ou virtuel, que donnera, après réfraction, un faisceau de rayons incidents parallèles à l'axe.

Un point situé hors de l'axe principal donnera de même naissance à des rayons qui, après leur passage dans le système, auront un point de concours unique, pourvu qu'au passage à travers chacune des surfaces les rayons s'écartent peu de la droite qui joint le centre de cette surface au point de concours donné par la précédente, et le point de concours définitif sera sur la droite qui joint le centre de la $m^{\text{ième}}$ surface, supposée la dernière, à l'image formée par l'ensemble des $m - 1$ premières.

Enfin, si nous considérons un petit objet lumineux plan perpendiculaire à l'axe, les images formées par les surfaces successives étant aussi planes et perpendiculaires à l'axe, il en sera de même de l'image définitive, et il résulte de là qu'un système centré possédera des plans focaux principaux, puisque les surfaces extrêmes, considérées seules, donneraient naissance à de tels plans, et que le système des $m - 1$ autres surfaces en donnera des images qui seront planes et perpendiculaires à l'axe.

135. Plans principaux et foyers principaux. — Nous allons montrer qu'un système centré possède de même un couple de plans principaux, présentant les mêmes caractères que ceux d'une lentille unique et que les distances focales principales, comptées à partir de ces plans, sont entre elles dans le rapport des indices extrêmes.

Supposons, en effet, que cette double propriété ait été reconnue à un système formé de m surfaces : je dis qu'elle appartiendra forcément à un système de $m + 1$ et que, par conséquent, elle est générale, puisque nous l'avons démontrée pour un système de deux surfaces.

Soient, en effet (*fig.* 116), F_1 F_2 les foyers principaux, X_1 et X_2 les points principaux du premier système, dont la face antérieure est en contact avec un milieu d'indice n_1, la face postérieure avec un milieu d'indice n_2 : je suppose en outre que

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2}.$$

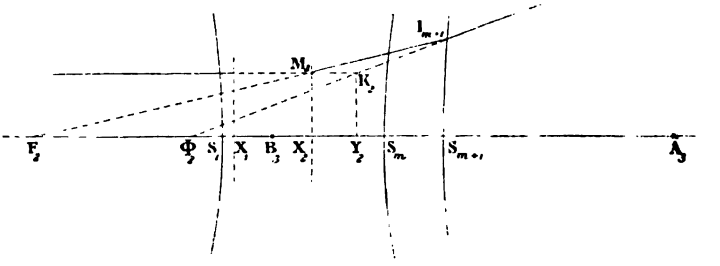
J'ajoute au système une nouvelle surface S_{m+1}, séparant le milieu n_2 d'un nouveau milieu d'indice n_3.

Cette nouvelle surface, considérée seule, aurait des foyers principaux que nous appellerons A_3 et B_3, et dont nous désignerons les distances à la surface par a_3 et b_3; le foyer B_3 étant le point de concours, dans le milieu d'indice n_3, des rayons qui se propagent parallèlement à l'axe dans le milieu d'indice n_2, de sorte que

$$\frac{a_3}{b_3} = -\frac{n_2}{n_3}.$$

Considérons d'abord un rayon se propageant parallèlement à l'axe dans le milieu d'indice n_1. Il rencontre en M_2 le plan prin-

Fig. 116.



cipal d'émergence X_2 et se réfracte suivant M_2F_2 en passant par le foyer principal du système primitif. Il rencontre en I_{m+1} la nouvelle surface, qui lui fait subir une nouvelle déviation, et sort en passant par un point Φ_2 de l'axe principal (¹). Nous supposerons toujours le rayon assez voisin de l'axe pour que $S_{m+1}I_{m+1}$ puisse être considéré comme une ligne droite.

Soit K_2 le point où le rayon émergent coupe le rayon incident; et soit Y_2 la projection de K_2 sur l'axe. Les triangles semblables $I_{m+1}F_2S_{m+1}$ et $M_2F_2X_2$ nous donnent

$$\frac{I_{m+1}S_{m+1}}{M_2X_2} = \frac{S_{m+1}F_2}{X_2F_2}.$$

Les triangles $I_{m+1}\Phi_2S_{m+1}$ et $K_2\Phi_2Y_2$,

$$\frac{I_{m+1}S_{m+1}}{K_2Y_2} = \frac{S_{m+1}\Phi_2}{Y_2\Phi_2};$$

(¹) *Voir* p. 208, note.

d'où, comme $K_2Y_2 = M_2X_2$,

$$\frac{S_{m+1}\Phi_2}{Y_2\Phi_2} = \frac{S_{m+1}F_2}{X_2F_2},$$

$$Y_2\Phi_2 = X_2F_2\,\frac{S_{m+1}\Phi_2}{S_{m+1}F_2}. \tag{63}$$

Mais Φ_2 est l'image de F_2 par rapport à la dernière surface : en appliquant à ces points la relation générale des foyers conjugués par rapport à une surface, il vient

$$\frac{a_3}{S_{m+1}F_2} + \frac{b_3}{S_{m+1}\Phi_2} = 1.$$

d'où

$$\frac{S_{m+1}\Phi_2}{S_{m+1}F_2} = \frac{b_3}{S_{m+1}F_2 - a_3};$$

et comme, en appelant ε la distance de la nouvelle surface au plan principal d'émergence du système primitif,

$$S_{m+1}F_2 = f_2 + \varepsilon,$$

$$\frac{S_{m+1}\Phi_2}{S_{m+1}F_2} = \frac{b_3}{f_2 + \varepsilon - a_3},$$

d'où

$$Y_2\Phi_2 = f_2\,\frac{b_3}{f_2 + \varepsilon - a_3}. \tag{64}$$

D'autre part, l'équation (63) peut s'écrire

$$\frac{Y_2\Phi_2}{X_2F_2} = \frac{S_{m+1}\Phi_2}{S_{m+1}F_2},$$

d'où nous tirons

$$\frac{S_{m+1}\Phi_2 - Y_2\Phi_2}{S_{m+1}F_2 - X_2F_2} = \frac{S_{m+1}\Phi_2}{S_{m+1}F_2};$$

de là, en appelant y_2 la distance du point Y_2 à la nouvelle surface,

$$\frac{y_2}{\varepsilon} = \frac{b_3}{f_2 + \varepsilon - a_3},$$

$$y_2 = \frac{b_3\varepsilon}{f_2 + \varepsilon - a_3};$$

ou bien, en désignant par x_2 la distance du plan principal X_2 à la $m^{\text{ième}}$ surface, et par e' l'épaisseur du milieu d'indice n_2, ce qui

donne, en grandeur et en signe,

$$\varepsilon = x_2 + e',$$

nous avons

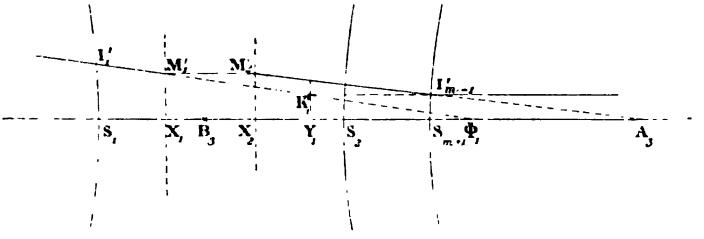
$$y_2 = \frac{b_3(x_2 + e')}{f_2 + x_2 + e' - a_3}, \tag{65}$$

équation qui nous montre que le point Y_2 a une position indépendante de la distance M_2X_2 et nous donne sa distance à la face de sortie du système en fonction de longueurs connues.

Ainsi le lieu des points d'intersection des rayons incidents parallèles à l'axe avec les rayons émergents correspondants est encore un plan perpendiculaire à l'axe. Nous l'appellerons *plan principal d'émergence* du nouveau système.

Considérons maintenant (*fig.* 117) un rayon sortant du sys-

Fig. 117.



tème des $m+1$ surfaces parallèlement à l'axe : pour que la dernière surface le rende parallèle à l'axe, il faut qu'en la rencontrant il ait une direction qui passe par le premier foyer A_3 de cette surface.

Soit donc ce rayon, dont la portion incidente rencontre l'axe en un point Φ_1. Il coupe le premier plan principal X_1 en M'_1, et le second en M'_2, tel que $M'_2X_2 = M'_1X_1$, puisque, dans le premier système, M'_1X_1 situé dans le premier plan principal, donne dans le second une image droite qui lui est égale. Il se dirige ensuite vers A_3, rencontre la surface S_{m+1} en I'_{m+1}, et sort parallèlement à l'axe.

Soit K'_1 le point où le rayon émergent coupe le rayon incident et Y_1 sa projection sur l'axe.

La considération des triangles semblables nous donne

$$\frac{Y_1\Phi_1}{X_1\Phi_1} = \frac{S_{m+1}A_3}{X_2A_3}, \tag{66}$$

$$Y_1\Phi_1 = S_{m+1}A_3\frac{X_1\Phi_1}{X_2A_3}.$$

Mais A_3 est l'image de Φ_1 par rapport au système primitif; donc nous avons

$$\frac{f_1}{-X_1\Phi_1} + \frac{f_2}{-X_2A_3} = 1,$$

d'où

$$\frac{X_1\Phi_1}{X_2A_3} = \frac{f_1}{-X_2A_3 - f_2},$$

et en remarquant que $X_2A_3 = \varepsilon - a_3$ et $S_{m+1}A_3 = -a_3$,

$$Y_1\Phi_1 = a_3\frac{f_1}{f_2 + \varepsilon - a_3}; \tag{67}$$

enfin, en désignant par y_1 et x_1 les distances de Y_1 et de X_1 à la première surface du système et en remarquant que

$$X_1\Phi_1 = Y_1\Phi_1 - y_1 + x_1,$$

nous trouvons, en remplaçant dans cette dernière équation $X_1\Phi_1$ et $Y_1\Phi_1$ par leurs valeurs tirées des relations précédentes

$$y_1 = x_1 + \frac{(x_2 + e')f_1}{f_2 + x_2 + e' - a_3}. \tag{68}$$

Ainsi y_1 a, lui aussi, une valeur indépendante de la distance $M_1'X_1$ et le plan Y_1 est le lieu des points d'intersection de tous les rayons qui sortent du système parallèlement à l'axe avec les rayons incidents correspondants : c'est le *plan principal d'incidence* du système. Les équations (65) et (68) nous donnent les distances des deux plans principaux aux faces extrêmes.

Les points Y_1 et Y_2 étant indépendants de la distance à l'axe des rayons considérés, pourvu toujours que cette distance soit petite, les équations (64) et (67) nous montrent qu'il en sera de même des points Φ_1 et Φ_2, ce qui était d'ailleurs évident *a priori*.

Le point Φ_2 sera le point de concours des rayons émergents correspondant à des rayons incidents parallèles à l'axe et peu écartés de l'axe; ce sera le *second foyer principal*.

Le point Φ_1 sera le sommet du cône des rayons incidents qui donnent lieu à des rayons émergents parallèles à l'axe : ce sera le *premier foyer principal.*

Nous appellerons, toujours avec la même convention de signes, φ_1 la distance du premier foyer au premier plan principal, φ_2 la distance du second foyer au second plan principal; ces distances nous sont données par les équations (64) et (67)

$$\varphi_2 = Y_2\Phi_2 = \frac{b_2 f_2}{f_2 + x_2 + e' - a_2}, \tag{69}$$

$$-\varphi_1 = Y_1\Phi_1 = \frac{a_2 f_1}{f_2 + x_2 + e' - a_2}. \tag{69 bis}$$

Si nous comparons les valeurs de φ_1 et de φ_2,

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = -\frac{a_2 f_1}{b_2 f_2},$$

et comme

$$\frac{f_1}{f_2} = -\frac{n_1}{n_2} \quad \text{et} \quad \frac{a_2}{b_2} = -\frac{n_2}{n_3},$$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = -\frac{n_1}{n_3},$$

les distances focales sont donc bien encore dans le même rapport numérique que les indices extrêmes.

Et dans le cas particulier ou $n_1 = n_3$

$$\frac{\varphi_1}{\varphi_2} = -1;$$

les distances focales sont égales et de signes contraires.

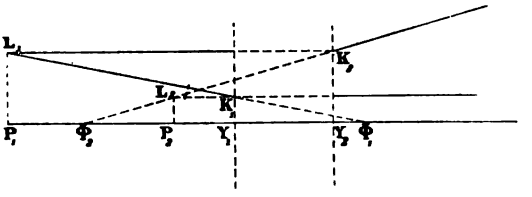
Ainsi, dans un système centré quelconque, il y a deux plans principaux et deux foyers principaux, comme dans une lentille unique; et si le système est en contact avec l'air par ses deux faces extrêmes, les distances focales, comptées à partir des plans principaux, sont égales et de signes contraires.

Les équations (65) et (68) nous permettent de calculer de proche en proche la position des points principaux, les équations (69) et (69 *bis*), la position des foyers principaux, dans un système centré quelconque, en fonction des rayons des surfaces et des indices des milieux successifs.

Nous pouvons donc toujours supposer connus ces quatre points, dits points cardinaux du système.

136. Construction de l'image d'un point. — Il est évident dès lors que nous pouvons dans un système quelconque appliquer la construction géométrique indiquée à propos d'une lentille unique (§ 117) pour obtenir l'image d'un point, au moyen des plans principaux et des foyers principaux, et l'on voit que cette construction

Fig. 118.

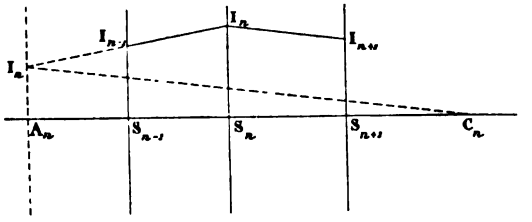


n'exige en aucune façon la considération des diverses surfaces et des divers milieux qui constituent le système.

Les plans principaux étant désignés par Y_1 et Y_2, et les foyers principaux par Φ_1 et Φ_2, nous obtenons ainsi d'un objet L_1P_1 une image L_2P_2, par exemple (*fig.* 118).

137. Marche d'un rayon quelconque. — Nous pourrions également généraliser la construction (§ 125, 1°) qui permet de dé-

Fig. 119.



terminer la marche d'un rayon quelconque au moyen des surfaces successives et de leurs éléments respectifs, construction qui ne se sert pas des plans principaux, mais bien des surfaces et des plans focaux.

Étant données m surfaces $S_1, \ldots, S_m$, pour avoir la marche du rayon entre la $n^{\text{ième}}$ et la $(n+1)^{\text{ième}}$ par exemple, soit $I_n I_{n+1}$, on joindra au centre C_n de la $n^{\text{ième}}$ surface le point E_n, où son plan focal antérieur A_n est rencontré par la portion $I_{n-1} I_n$ du rayon, et l'on mènera par I_n une parallèle à la ligne ainsi obtenue (*fig.* 119).

Pour avoir l'image d'un point hors de l'axe, on déterminera encore ses images successives sur les axes secondaires relatifs aux surfaces successives.

138. Relation générale des foyers conjugués. — Les triangles semblables $L_1\Phi_1P_1$, $K_1\Phi_1Y_1$ (*fig.* 118) nous donnent

$$\frac{K_1Y_1}{L_1P_1} = \frac{Y_1\Phi_1}{P_1\Phi_1},$$

d'où

$$\frac{K_1Y_1}{L_1P_1 - K_1Y_1} = \frac{Y_1\Phi_1}{P_1\Phi_1 - Y_1\Phi_1} = -\frac{\varphi_1}{p_1}. \tag{70}$$

De même $L_2\Phi_2P_2$ et $K_2\Phi_2Y_2$,

$$\frac{K_2Y_2}{K_2Y_2 - L_2P_2} = \frac{Y_2\Phi_2}{P_2Y_2} = \frac{\varphi_2}{p_2}, \tag{71}$$

d'où, en retranchant membre à membre,

$$\frac{\varphi_1}{p_1} + \frac{\varphi_2}{p_2} = 1. \tag{72}$$

Nous retrouvons toujours la même relation entre les foyers conjugués.

Dans le cas où les indices extrêmes, soient n_1 et n_2, sont égaux, elle peut encore s'écrire, en posant $\varphi = \varphi_1$,

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} = \frac{1}{\varphi}. \tag{72 bis}$$

139. Autres formes de l'équation générale. — On pourra mettre la relation générale sous la forme de l'équation de Newton

$$p_1 p_2 = \varphi_1 \varphi_2$$

dans le cas général, et

$$p_1 p_2 = -\varphi^2 \tag{72 ter}$$

dans le cas particulier.

Enfin, on démontrerait absolument comme pour une surface que la relation

$$\frac{\varphi_1}{p_1} + \frac{\varphi_2}{p_2} = 1$$

subsiste si l'on rapporte les foyers principaux et les points conjugués à deux points conjugués quelconques.

140. Grossissement. — Les relations (70) et (71) peuvent s'écrire, en désignant toujours par h_1 et h_2 les dimensions linéaires L_1P_1 et L_2P_2,

$$\frac{h_2}{h_1 - h_2} = -\frac{\varphi_1}{p_1},$$

$$\frac{h_1}{h_1 - h_2} = \frac{\varphi_2}{p_2},$$

$$\frac{h_2}{h_1} = -\frac{\varphi_1}{\varphi_2}\frac{p_2}{p_1} = \frac{n_1}{n_2}\frac{p_2}{p_1}. \tag{73}$$

L'expression du grossissement subsiste aussi : dans le cas où $n_2 = n_1$, elle devient encore

$$\frac{h_2}{h_1} = \frac{p_2}{p_1}. \tag{73 bis}$$

141. Propriétés des plans principaux. — Les plans principaux sont encore conjugués, car si dans la relation générale nous faisons $p_1 = 0$, il vient $p_2 = 0$.

Un objet situé dans l'un des plans donne dans l'autre une image droite et égale, car en tirant $\frac{p_2}{p_1}$ de l'équation générale, il vient

$$\frac{h_2}{h_1} = -\frac{\varphi_1}{\varphi_2}\frac{-\varphi_2}{\varphi_1} = 1.$$

142. Points nodaux. — On démontrerait directement, dans le cas général, l'existence de points nodaux ; en nous bornant au cas où, le système étant plongé dans l'air, $n_1 = n_2$, comme nous avons

vu qu'alors $\varphi_1 = -\varphi_2$, la démonstration faite pour une lentille unique s'applique à un système quelconque : les points nodaux se confondent avec les points principaux et ceux-ci jouissent de leur propriété, de sorte que, à tout rayon dirigé vers Y_1 correspond un rayon émergent parallèle passant par Y_2.

143. Constructions géométriques. — Tout cet ensemble de propriétés s'étend, comme on le voit, d'une lentille unique à un système quelconque par cela même que, comme une lentille, le système possède des plans principaux et des plans focaux.

Nous pourrons faire complètement abstraction des positions et des courbures des surfaces constituant le système dès que nous aurons déterminé la position de ses points cardinaux, et nous pourrons lui appliquer les méthodes de construction indiquées pour une lentille unique et fondées soit sur la propriété des plans principaux, soit sur celle des points nodaux (§ 125, 3° et 4°).

Nous obtiendrons ainsi les portions extérieures au système d'un rayon quelconque, et ces portions sont seules nécessaires : mais si nous voulons la marche complète du rayon, il nous faudra connaître la position des sommets, des centres et des foyers propres des diverses surfaces, et appliquer la méthode générale dont nous avons parlé (§ 125, 1° et 2°, et § 137).

144. Plans de Bravais. — Il est évident que la généralisation s'étend aussi aux plans de Bravais : un système quelconque possédera ces plans pourvu qu'il soit convergent, la convergence pouvant se définir, absolument comme nous l'avons fait pour une lentille, par la condition

$$\varphi_2 + \gamma_2 < 0.$$

La position de ces plans sera encore définie par l'équation

$$\pi_1 = \frac{-d \pm \sqrt{d^2 + 4\varphi_2 d}}{2}, \tag{74}$$

où

$$d = e + e' \ldots + \gamma_1 - \gamma_2, \tag{75}$$

$e, e', \ldots$ étant les épaisseurs des milieux successifs. La construction géométrique que nous avons indiquée s'appliquera immédiatement.

II. — SYSTÈMES DE LENTILLES ÉPAISSES ACCOLÉES.

145. Cas de deux lentilles épaisses accolées. — Nous examinerons en particulier le cas, très fréquent dans les objectifs de Photographie, de deux lentilles épaisses ayant une face commune.

Nous supposerons les faces extrêmes plongées dans l'air, et nous désignerons par n et n' les indices, par e et e' les épaisseurs des deux lentilles.

Si nous désignons par R_1, R_2, R_3 les rayons des trois surfaces, les foyers particuliers à chacune de ces surfaces sont donnés (§ 85) par

$$S_1\begin{cases} a_1 = -\dfrac{R_1}{n-1}, \\ b_1 = \dfrac{n R_1}{n-1}, \end{cases} \qquad S_2\begin{cases} a_2 = -\dfrac{n R_2}{n'-n}, \\ b_2 = \dfrac{n' R_2}{n'-n}, \end{cases} \qquad S_3\begin{cases} a_3 = -\dfrac{n' R_3}{1-n'}, \\ b_3 = \dfrac{R_3}{1-n'}. \end{cases}$$

D'autre part, nous avons pour la première lentille (§ 114 et § 116)

$$x_1 = \frac{a_1 e}{b_1 - a_2 + e}, \qquad x_2 = \frac{b_2 e}{b_1 - a_2 + e},$$

$$f_1 = \frac{-a_1 a_2}{b_1 - a_2 + e}, \qquad f_2 = \frac{b_1 b_2}{b_1 - a_2 + e},$$

Si nous introduisons ces valeurs dans celles de y_1 et de y_2, elles deviennent

$$y_2 = \frac{b_3\left(e' + \dfrac{b_2 e}{b_1 - a_2 + e}\right)}{\dfrac{b_1 b_2}{b_1 - a_2 + e} + \dfrac{b_2 e}{b_1 - a_2 + e} + e' - a_3},$$

$$(76)\quad y_2 = b_3 \frac{e b_2 + e'(b_1 - a_2) + ee'}{e(b_2 - a_3) + e'(b_1 - a_2) + b_1 b_2 + a_2 a_3 - b_1 a_3 + ee'}.$$

De même

$$(76\,bis)\quad y_1 = a_1 \frac{-e' a_2 + e(b_2 - a_3) + ee'}{e(b_2 - a_3) + e'(b_1 - a_2) + b_1 b_2 + a_2 a_3 - b_1 a_3 + ee'},$$

valeur que l'on peut tirer aussi directement de y_2 par permutation.

Les valeurs de φ_1 et φ_2 deviennent

$$(77)\quad \begin{cases} \varphi_1 = \dfrac{a_1 a_2 a_3}{e(b_2-a_3)+e'(b_1-a_2)+b_1 b_2+a_2 a_3-b_1 a_3+ee'}, \\ \varphi_2 = \dfrac{b_1 b_2 b_3}{e(b_2-a_3)+e'(b_1-a_2)+b_1 b_2+a_2 a_3-b_1 a_3+ee'}. \end{cases}$$

Si nous substituons les valeurs en fonction des rayons et multiplions haut et bas dans chacune des équations par le produit

$$(n-1)(n'-n)(1-n'),$$

il vient

$$(78)\quad \begin{cases} y_1 = -R_1 \dfrac{R_2(1-n')(en'+e'n)+R_3(n'-n)en'+ee'(n'-n)(1-n')}{\Gamma}, \\ y_2 = R_3 \dfrac{R_2(n-1)(en'+e'n)+R_1(n'-n)e'n+ee'(n'-n)(n-1)}{\Gamma}, \end{cases}$$

$$(79)\quad \begin{cases} \varphi_1 = \dfrac{-nn'R_1R_2R_3}{\Gamma}, \\ \varphi_2 = \dfrac{nn'R_1R_2R_3}{\Gamma}, \end{cases}$$

équations dans lesquelles

$$\begin{aligned}\Gamma = {} & R_1(n'-n)(1-n')e'n+R_2(n-1)(1-n')(en'+e'n) \\ & +R_3(n'-n)(n-1)en'+R_1R_2nn'(1-n')+R_2R_3nn'(n-1) \\ & +R_1R_3nn'(n'-n)+(n-1)(n'-n)(1-n')ee'.\end{aligned}$$

Il n'y aura qu'à porter dans ces équations les valeurs de e, de e', de n et de n', et, avec leurs signes, les valeurs de R_1, R_2, R_3 pour avoir les valeurs numériques, avec leurs signes, de y_1, y_2, φ_1 et φ_2.

Si l'on veut avoir en outre la distance des points nodaux, on la calculera par

$$d = e + e' + y_1 - y_2$$

et, d connu, on aura les distances des plans de Bravais aux points nodaux par

$$\pi_1 = \frac{-d \pm \sqrt{d^2+4\varphi d}}{2},$$

φ étant toujours égal à φ_1.

146. Cas général. — On pourrait opérer ainsi pour un système quelconque; on voit seulement que les formules deviendront de plus en plus compliquées, sans que d'ailleurs, grâce aux équations (65), (68), (69) et (69 *bis*), leur établissement présente plus de difficultés.

Les seuls cas qui nous intéressent sont celui que nous venons de traiter, qui est celui des lentilles achromatisées, et celui de trois lentilles accolées, qui est réalisé dans l'objectif simple de Dallmeyer.

On pourra dans ce second cas calculer d'abord les points cardinaux du système formé par les deux lentilles antérieures, et cela au moyen des équations (76) et (77), en tenant seulement compte de ce que le dernier milieu a comme indice non plus 1 mais n'', indice de la troisième lentille, et que par suite, si les valeurs de a_1, b_1, a_2, b_2 sont celles que nous avons données, celles de a_3 et b_3 deviennent

$$a_3 = \frac{-n' R_3}{n'' - n'}$$

$$b_3 = \frac{n'' R_3}{n'' - n'}.$$

Les valeurs de $\gamma_1, \gamma_2, \varphi_1, \varphi_2$ ainsi déterminées pour ce premier système, on les portera à la place de x_1, x_2, f_1, f_2 dans les équations (65), (68), (69) et (69 *bis*), où l'on substituera à e' l'épaisseur de la troisième lentille et à a_3 et b_3 les valeurs

$$a_4 = \frac{-n'' R_4}{1 - n''},$$

$$b_4 = \frac{R_4}{1 - n''},$$

et l'on aura ainsi les valeurs de $\gamma_1, \gamma_2, \varphi_1, \varphi_2$ pour le système complet. Ce calcul sera évidemment long et fastidieux, mais il n'offrira aucune difficulté.

III. — SYSTÈMES COMPRENANT DES LAMES D'AIR.

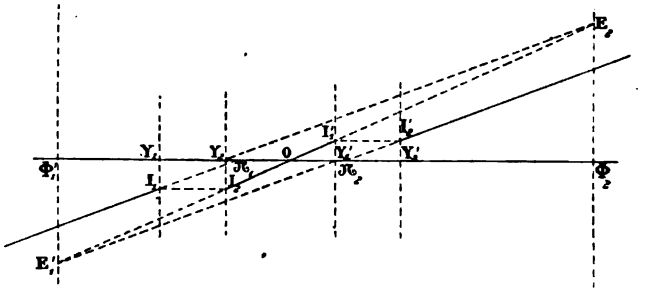
On pourrait opérer ainsi de proche en proche pour une série de lentilles, simples ou complexes, séparées par des lames d'air, et par conséquent pour un objectif quelconque, en considérant

les lames d'air comme des lames réfringentes d'indice 1; ce serait extrêmement long et il vaut beaucoup mieux considérer ce cas directement : M. A. Martin l'a fait très élégamment.

147. **Systèmes séparés par une lame d'air.** — Soient donc (*fig.* 120) deux systèmes de lentilles accolées, montés sur un même axe et ayant entre eux une lame d'air d'épaisseur e_1.

Soient y_1 et y_2 les distances des points nodaux du premier

Fig. 120.



système à ses surfaces extrêmes, φ_1 et φ_2 les distances focales principales.

Soient de même y'_1 y'_2, φ'_1 et φ'_2 les quantités correspondantes pour le second système.

Puisque tous deux sont plongés dans l'air, on a

$$\varphi_1 = -\varphi_2 = \varphi$$

et

$$\varphi'_1 = -\varphi'_2 = \varphi'.$$

Menons par Y_2 un rayon quelconque, et supposons qu'il coupe en E_2 le plan focal principal Φ_2. Tout rayon, dont la portion émergente par rapport au premier système, c'est-à-dire la portion comprise entre les deux systèmes, passera par E_2 devra avoir sa portion incidente parallèle à celle de $Y_2 E_2$, et par conséquent parallèle à $Y_2 E_2$ lui-même, qui n'est autre chose qu'un axe secondaire de la première combinaison.

Menons par Y'_1 une parallèle $Y'_1 E'_1$ à $Y_2 E_2$, et soit E'_1 le point où elle coupe le plan focal antérieur Φ' du second système : tout

rayon dont la portion comprise entre les lentilles passera par E'_1 sortira du second système parallèlement à $Y'_1 E'_1$ et par suite à $Y_2 E_2$.

Donc, un rayon dont la portion comprise dans la lame d'air intermédiaire passera à la fois par E'_1 et E_2 aura des directions parallèles à l'entrée et à la sortie du système total. Il est dès lors facile de construire ce rayon.

Je joins $E'_1 E_2$: j'ai ainsi la portion transverse $I_2 I'_1$; je sais d'autre part que I_2 donne son image, par rapport au premier système, en I_1 tel que $Y_1 I_1 = Y_2 I_2$; de même I'_1 donne dans le second système I'_2 tel que $Y'_2 I'_2 = Y'_1 I'_1$.

I_1 et I'_2 sont les points d'entrée et de sortie du rayon; en menant par ces points des parallèles à $Y_2 E_2$, j'aurai les portions incidente et émergente.

J'ai donc ainsi construit la marche d'un rayon qui traverse le système tout entier en subissant un déplacement latéral, mais pas de déviation. On voit que $Y_2 E_2$ ayant été mené de façon quelconque, je puis construire une infinité de rayons de ce genre.

148. Centre optique. — Soit O le point où la portion transverse coupe l'axe principal.

Les triangles semblables $Y_2 O E_2$ et $Y'_1 O E'_1$ me donnent

$$\frac{Y_2 O}{Y'_1 O} = \frac{Y_2 E_2}{Y'_1 E'_1} = \frac{Y_2 \Phi_2}{Y'_1 \Phi'_1}$$

ou, en désignant par θ_1 et θ_2, avec notre convention de signes habituelle, les distances $Y_2 O$ et $Y'_1 O$ comptées à partir de Y_2 et de Y'_1,

$$\frac{-\theta_1}{\theta_2} = \frac{-\omega_2}{\varphi'_1}, \qquad \text{ou} \qquad \frac{\theta_1}{\theta_2} = -\frac{\omega}{\varphi'};$$

d'où, en appelant ε la distance $Y_2 Y'_1$ des points nodaux intérieurs particuliers aux deux systèmes, et en remarquant que

$$\varepsilon = -\theta_1 + \theta_2,$$

$$\frac{\theta_1}{\varepsilon + \theta_1} = \frac{-\varphi}{\varphi'},$$

$$\frac{\theta_1}{\varepsilon} = \frac{-\varphi}{\varphi' + \varphi},$$

$$\theta_1 = -\varepsilon \frac{\varphi}{\varphi + \varphi'};$$

de même

$$\theta_2 = \varepsilon \frac{\omega'}{\varphi + \varphi'}.$$

Dans ces équations, en appelant e_1 l'épaisseur suivant l'axe de la lame d'air interposée,

$$\varepsilon = e_1 + \gamma_2 - \gamma'_1,$$

γ_2 étant toujours la distance du point nodal d'émergence du premier système au sommet de la face de sortie correspondante, γ'_1 la distance du point nodal d'incidence du second système à sa face d'entrée.

Ainsi la position du point O ne dépend pas de la direction du rayon incident, et par conséquent tout rayon dont la portion transverse passe par le point O sort du système parallèlement à sa direction incidente : le point O est un centre optique, semblable à celui d'une lentille épaisse unique en ce que, comme lui, il n'est pas centre de similitude de l'image et de l'objet.

149. **Points nodaux.** — Prolongeons les portions incidente et émergente du rayon jusqu'à leur rencontre avec l'axe en $\mathfrak{N}_1$ et $\mathfrak{N}_2$.

Le point O est l'image du point $\mathfrak{N}_1$ par rapport au premier système, et du point $\mathfrak{N}_2$ par rapport au second : donc, si la position de O est indépendante de la direction du rayon incident, il en est de même de celles de $\mathfrak{N}_1$ et $\mathfrak{N}_2$; toutes les fois que les portions incidentes et émergentes d'un même rayon voisin de l'axe seront parallèles, elles passeront, la première par $\mathfrak{N}_1$, la seconde par $\mathfrak{N}_2$; et, inversement, tout rayon dont la portion émergente passera par $\mathfrak{N}_1$ aura à l'émergence une direction parallèle et passant par $\mathfrak{N}_2$: ce sont les points nodaux du système.

On peut les rapporter aux points nodaux particuliers Y_1 et Y'_2. en désignant par u_1 et u_2 leurs distances à ces points, ou aux surfaces extrêmes du système, en désignant leurs distances à ces surfaces par z_1 et z_2.

Pour calculer u_1 et u_2, nous nous servirons de ce fait que $\mathfrak{N}_1$ et $\mathfrak{N}_2$ sont les images de O; nous avons ainsi, pour le premier

système,

$$\frac{1}{u_1} - \frac{1}{\theta_1} = \frac{1}{\varphi},$$

$$u_1 = \frac{\theta_1 \varphi}{\varphi + \theta_1},$$

$$(80) \qquad u_1 = \varphi \frac{-\frac{\varepsilon\varphi}{\varphi+\varphi'}}{\varphi - \frac{\varepsilon\varphi}{\varphi+\varphi'}} = -\varepsilon \frac{\varphi}{\varphi+\varphi'-\varepsilon}.$$

De même, dans le second système,

$$\frac{1}{\theta_2} - \frac{1}{u_2} = \frac{1}{\varphi'},$$

$$u_2 = \frac{\theta_2 \varphi'}{\varphi' - \theta_2},$$

$$(80\ bis) \qquad u_2 = \varphi' \frac{\frac{\varepsilon\varphi'}{\varphi+\varphi'}}{\varphi' - \frac{\varepsilon\varphi'}{\varphi+\varphi'}} = \varepsilon \frac{\varphi'}{\varphi+\varphi'-\varepsilon},$$

et nous pouvons remarquer que nous avons

$$\frac{u_1}{u_2} = -\frac{\varphi}{\varphi'},$$

comme nous avions

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = -\frac{\varphi}{\varphi'},$$

ce qui montre que le rapport des distances des points nodaux $\mathfrak{N}_1$ et $\mathfrak{N}_2$ aux points nodaux extrêmes Y_1 et Y'_2 des deux systèmes élémentaires est le même que celui des distances du centre optique aux points nodaux moyens Y_2 et Y'_1.

Connaissant u_1 et u_2, nous en tirerons z_1 et z_2.

$$(81) \quad \begin{cases} z_1 = u_1 + y_1 = y_1 - (e_1 + y_2 - y'_1)\dfrac{\varphi}{\varphi+\varphi'-(e_1+y_2-y'_1)}, \\ z_2 = u_2 + y'_2 = y'_2 + (e_1 + y_2 - y'_1)\dfrac{\varphi'}{\varphi+\varphi'-(e_1+y_2-y'_1)}, \end{cases}$$

y_1 et y_2, y'_1 et y'_2 étant calculés pour chacun des deux systèmes, formés de lentilles accolées, soit par le procédé direct que nous avons exposé, soit comme nous le verrons tout à l'heure.

150. Plans principaux. — Ainsi que nous l'avons fait voir pour un système quelconque, de ce fait seul que la combinaison est en contact avec l'air par ses faces extrêmes, il résulte que les plans principaux sont les plans perpendiculaires à l'axe aux points nodaux.

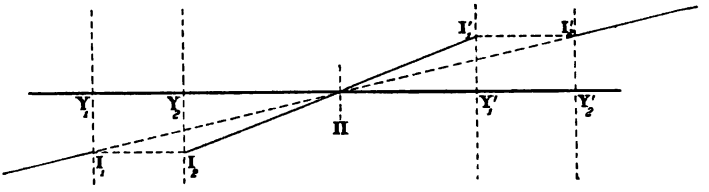
151. Distance des points nodaux. — La distance $\mathfrak{N}_1\mathfrak{N}_2$ s'obtiendra en remplaçant z_1 et z_2 par leurs valeurs dans la relation

$$\delta = e + e' + e_1 + z_1 - z_2,$$

où e, e', e_1 sont respectivement les épaisseurs, mesurées suivant l'axe, des deux combinaisons et de la lame d'air interposée.

152. Disposition particulière. — Dans le cas particulier où les plans de Bravais des deux groupes sont en coïncidence, il sera possible d'amener à se confondre, au point où le plan de Bravais commun coupe l'axe principal, les points nodaux $\mathfrak{N}_1\mathfrak{N}_2$ et le centre

Fig. 121.



optique O du système. Alors le centre optique sera en même temps centre de similitude, car tout rayon passant par le centre optique n'éprouvera ni déviation ni déplacement, ses deux portions incidente et émergente étant parallèles et passant par un même point.

Le centre optique d'une pareille combinaison jouira donc absolument des mêmes propriétés que celui d'une lentille mince. Il est d'ailleurs facile d'établir quelle est la condition nécessaire et suffisante pour que cette disposition soit réalisable.

Soient (*fig.* 121), les deux systèmes qui composent la combinaison, Y_1Y_2, $Y'_1Y'_2$ leurs points nodaux, dont $d = Y_1Y_2$ et $d' = Y'_1Y'_2$ mesurent les écartements; nous supposons qu'on ait amené, ce qui est toujours possible, leurs plans de Bravais intérieurs à coïncider en II.

Un rayon dirigé vers Π et rencontrant le premier système en I_1 donnera naissance à une portion émergente se dirigeant aussi vers Π, puisque ce point est sa propre image; soit $I_2\Pi$; cette portion de rayon rencontrera le second système en I'_1 et, pour la même raison, y donnera naissance à une portion émergente $\Pi I'_2$ passant par Π.

Ainsi, tout rayon incident passant par ce point, sortira de la combinaison suivant une direction qui y passera également, en sorte que ce point, qui est déjà sa propre image par rapport à chacun des systèmes, le sera aussi par rapport à la combinaison tout entière; et cela sera toujours possible.

Mais pour que Π jouisse des propriétés qui appartiennent au centre optique, il faut aussi que les portions extrêmes du rayon, $I_1\Pi$ et $\Pi I'_2$ soient en ligne droite, ce qui exige que les angles $I_1\Pi I_2$ et $I'_2\Pi I'_1$ soient égaux : or pour cela il faut que les triangles $I_1\Pi I_2$ et $I'_2\Pi I'_1$ soient semblables, ou, comme ils ont un angle égal en I_2 et I'_1, que

$$\frac{I_1I_2}{I'_1I'_2} = \frac{\Pi I_2}{\Pi I'_1},$$

ou, à cause de la similitude des triangles $\Pi I_2 Y_2$, $\Pi I'_1 Y'_1$,

$$\frac{I_1I_2}{I'_1I'_2} = \frac{\Pi Y_2}{\Pi Y'_1},$$

I_1I_2 et $I'_1I'_2$ sont respectivement d et d'; ΠY_2 et $\Pi Y'_1$, en vertu des équations qui définissent la position des plans de Bravais, sont respectivement

$$-\left(\frac{-d\pm\sqrt{d^2+4d\varphi}}{2}\right)+(-d) = \frac{-d\mp\sqrt{d^2+4d\varphi}}{2}$$

et

$$\frac{-d'\pm\sqrt{d'^2+4d'\varphi'}}{2}.$$

Nous devons donc avoir

$$\frac{d}{d'} = \frac{-d\mp\sqrt{d^2+4d\varphi}}{-d'\pm\sqrt{d'^2+4d'\varphi'}} = \frac{\mp\sqrt{d^2+4d\varphi}}{\pm\sqrt{d'^2+4d'\varphi'}},$$

d'où

$$\frac{d^2}{d'^2} = \frac{d^2 + 4d\varphi}{d'^2 + 4d'\varphi'} = \frac{4d\varphi}{4d'\varphi'},$$

d'où enfin

$$\frac{d}{\varphi} = \frac{d'}{\varphi'}. \tag{82}$$

Si cette relation entre les rayons des surfaces, les épaisseurs et les indices des lentilles est satisfaite, le point Π réunira le centre optique, les points nodaux $\mathfrak{N}_1$ et $\mathfrak{N}_2$, qui sont ses images dans les deux systèmes et enfin le centre de similitude.

Elle le sera évidemment en particulier, si les deux systèmes sont semblables.

Si les deux systèmes sont simplement formés chacun d'une lentille épaisse unique, la condition pourra s'écrire, eu égard aux valeurs trouvées pour d (60) et pour φ (53)

$$\frac{e(n-1)\dfrac{R_1 - R_2 + e}{n(R_1 - R_2 + e) - e}}{\dfrac{n}{n-1}\dfrac{R_1 R_2}{n(R_1 - R_2 + e) - e}} = \frac{e'(n'-1)\dfrac{R'_1 - R'_2 + e'}{n'(R'_1 - R'_2 + e') - e'}}{\dfrac{n'}{n'-1}\dfrac{R'_1 R'_2}{n'(R'_1 - R'_2 + e') - e'}}$$

$$e\frac{(n-1)^2}{n}\frac{R_1 - R_2 + e}{R_1 R_2} = e'\frac{(n'-1)^2}{n'}\frac{R'_1 - R'_2 + e'}{R'_1 R'_2}. \tag{83}$$

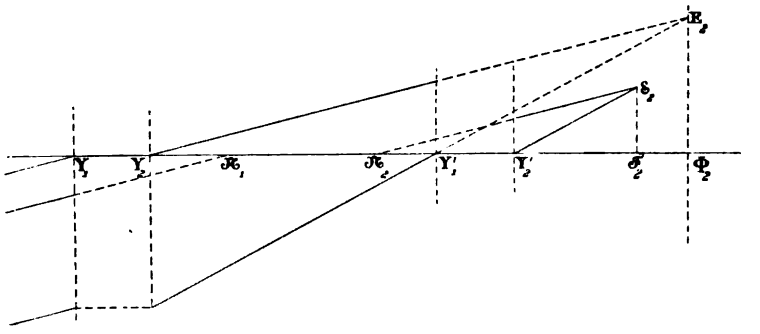
153. Foyers principaux. — Considérons un faisceau de rayons parallèles tombant sur la première lentille ; nous savons qu'au sortir de la combinaison ce faisceau aura un point de concours unique, et que ce point sera sur la parallèle menée par le point nodal $\mathfrak{N}_2$ à la direction des rayons incidents (*fig.* 122) : il nous suffit de connaître la marche complète d'un des rayons du faisceau.

Tout d'abord nous savons que tous, au sortir du premier système, iront se réunir au point E_2, où la parallèle menée par Y_2 à la direction des rayons incidents coupe le plan focal principal Φ_2 relatif à ce premier système.

Nous choisirons le rayon dont la portion comprise dans la lame d'air intermédiaire passe par Y'_1 ; cette portion du rayon se dirigeant d'autre part vers E_2, nous pouvons la construire, et, par suite aussi, sa portion incidente.

Le rayon, pénétrant dans le second système par le point nodal Y'_1 en sortira parallèlement à lui-même par Y'_2 : nous mènerons donc par Y'_2 une parallèle à Y'_1E_2 ; ce sera la portion émergente du rayon : elle coupe en $\mathcal{E}_2$ l'axe du faisceau émergent : $\mathcal{E}_2$ sera

Fig. 122.



donc le point de concours cherché, le plan $\mathcal{E}_2\mathcal{F}_2$ le plan focal principal de la combinaison, et $\mathcal{F}_2$ le foyer principal.

Calculons $\mathcal{H}_2\mathcal{F}_2$, distance focale principale : les triangles semblables $\mathcal{H}_2\mathcal{E}_2\mathcal{F}_2$ et $Y_2E_2\Phi_2$ nous donnent

$$\frac{\mathcal{H}_2\mathcal{F}_2}{Y_2\Phi_2} = \frac{\mathcal{H}_2\mathcal{E}_2}{Y_2E_2},$$

d'où, par suite de la similitude des triangles $Y_2E_2Y'_1$ et $\mathcal{H}_2\mathcal{E}_2Y'_2$,

$$\frac{\mathcal{H}_2\mathcal{F}_2}{Y_2\Phi_2} = \frac{\mathcal{H}_2Y'_2}{Y_2Y'_1} = \frac{u_2}{\varepsilon},$$

et, en introduisant la valeur de u_2 (80 *bis*),

$$\frac{-f_2}{-\varphi_2} = \frac{\varphi'}{\varphi+\varphi'-\varepsilon},$$

et de même

$$\frac{f_1}{\varphi'_1} = \frac{-\varphi}{\varphi+\varphi'-\varepsilon};$$

d'où

$$f = \frac{\varphi\varphi'}{\varphi+\varphi'-\varepsilon} = \frac{\varphi\varphi'}{\varphi+\varphi'-(e_1+\gamma_2-\gamma_1)}. \tag{84}$$

REMARQUE. — Si, dans l'équation qui donne la valeur de f, nous

faisons $\varepsilon = 0$, il vient

$$f = \frac{\Phi\varphi'}{\varphi - \varphi'},$$

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{\varphi} + \frac{1}{\varphi'}.$$

C'est la relation que nous avons établie entre les distances focales de deux lentilles minces combinées et celle de leur combinaison.

On voit qu'elle s'appliquera encore au cas de deux lentilles épaisses accolées, mais seulement dans le cas particulier où les points nodaux moyens des deux lentilles seront en coïncidence, car ε est la distance de ces points nodaux et non celle des deux lentilles. Dans le cas général, la relation ne sera vraie que d'une manière approchée.

154. Relation des foyers conjugués. Grossissement. — Il est inutile de démontrer ici, puisque nous l'avons fait pour un système quelconque, que la relation des foyers conjugués, sous ses diverses formes, et la loi du grossissement subsistent telles que nous les avons établies et sont générales, pourvu que nous comptions les distances des objets à partir de $\mathfrak{N}_1$, celles des images à partir de $\mathfrak{N}_2$, et que nous conservions la même convention de signes.

Il en sera de même des procédés de construction géométrique des images.

155. Plans de Bravais. — Enfin, la position des plans de Bravais sera toujours définie par

$$\frac{-\delta \pm \sqrt{\delta^2 + 4\delta f}}{2},$$

leurs distances étant comptées à partir du point $\mathfrak{N}_1$, et le procédé de construction géométrique s'appliquera encore.

Il faudra, pour qu'ils soient réels, que l'on ait

$$\delta^2 + 4\delta f > 0.$$

156. Application aux lentilles accolées. — Les diverses formules que nous venons d'établir peuvent évidemment s'appliquer

à des lentilles accolées en faisant $e_1 = 0$: elles nous fourniront ainsi un procédé de calcul des éléments de pareils systèmes, qui sera d'un emploi beaucoup plus commode que le procédé direct.

Dans le cas de deux lentilles accolées, les formules générales deviennent

$$(85)\qquad \begin{cases} y_1 = x_1 - (x_2 - x'_1)\,\dfrac{f}{f + f' - (x_2 - x'_1)}, \\ y_2 = x'_2 + (x_2 - x'_1)\,\dfrac{f'}{f + f' - (x_2 - x'_1)}, \\ \varphi = \dfrac{ff'}{f + f' - (x_2 - x'_1)}. \end{cases}$$

157. Cas de combinaisons plus complexes. — Les combinaisons les plus complexes qui se présentent dans les objectifs ne comprennent que trois lentilles, simples ou composées, séparées par des lames d'air. On en groupera d'abord deux, dont on calculera les éléments comme nous venons de le dire; puis, ce premier groupe une fois étudié, et pouvant être considéré comme une lentille complexe, on le combinera avec la dernière lentille. Le procédé s'appliquerait d'ailleurs de proche en proche à un système quelconque.

Nous avons donc les moyens de calculer tous les éléments d'un objectif de Photographie quelconque en fonction des rayons des surfaces, des indices de réfraction et des épaisseurs, tant des lentilles que des lames d'air.

CHAPITRE XI.

MISE AU POINT.

158. **Mise au point.** — Pour que l'image d'un point se fasse nettement sur un écran, sur une glace sensible par exemple, il faut que cet écran se trouve placé exactement au point où se forme l'image; car là seulement le faisceau formé par les rayons réfractés se réduit à un point unique. Pour peu que l'on déplace l'écran, de part ou d'autre du point de concours, le faisceau y formera un petit cercle lumineux.

De même, la position de l'écran une fois fixée, il ne s'y formera nettement que les images des points situés dans le plan focal conjugué, au voisinage de l'axe.

159. **Tolérance de mise au point.** — En réalité, la tache lumineuse paraîtra réduite à un point et l'image sera pratiquement nette si son étendue ne dépasse pas une certaine valeur, que M. de la Baume Pluvinel a appelée *surface de diffusion tolérée.*

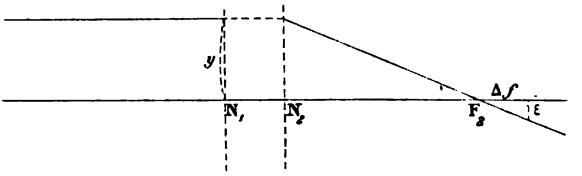
La grandeur, que nous désignerons par ε, du rayon du cercle de diffusion tolérée, grandeur qui varie avec les conditions où l'image est examinée, détermine ce qu'on appelle la tolérance de mise au point et fixe les limites entre lesquelles on peut s'écarter de la mise au point rigoureuse.

160. **Profondeur de foyer.** — Nous appellerons ainsi le déplacement que l'on peut donner à l'écran sans que la tache lumineuse qu'y forme l'image d'un point situé sur l'axe, dans une position donnée, présente un rayon supérieur à ε.

Soit d'abord (*fig.* 123) un point à l'infini. Il donne son image nette au foyer principal F_2; soit Δf la distance au foyer F_2 du

point où le cône des rayons réfractés a une section droite de

Fig. 123.



rayon ε. Si nous appelons y le rayon d'ouverture de la partie utile de la lentille, nous avons

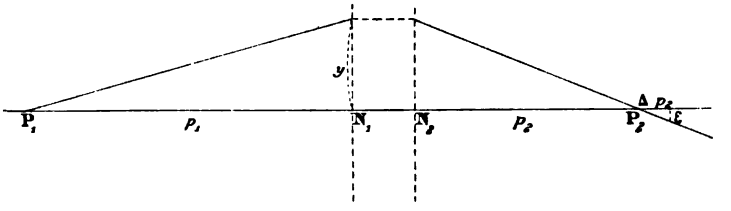
$$\Delta f = \varepsilon \frac{f}{y},$$

et la profondeur de foyer sera

$$2\,\Delta f = 2\,\varepsilon \frac{f}{y}. \tag{86}$$

Soit maintenant (*fig.* 124) un point à distance finie p_1 : il

Fig. 124.



donne son image en P_2, et nous avons encore, en appelant Δp_2 le demi-déplacement possible de l'écran,

$$2\,\Delta p_2 = 2\,\varepsilon \frac{p_2}{y}$$

ou, en vertu de la relation générale des foyers conjugués

$$2\,\Delta p_2 = 2\,\varepsilon \frac{f}{y}\frac{p_1}{p_1 - f}. \tag{87}$$

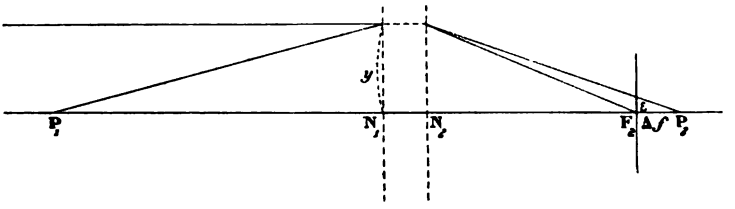
161. Profondeur du champ. — Nous appellerons ainsi le déplacement que l'on peut donner à un point situé sur l'axe sans que son

image, reçue sur un écran placé dans une position donnée, ait un rayon supérieur à ε.

Soit d'abord (*fig.* 125) un point situé à l'infini; cherchons jusqu'à quelle distance on peut l'amener du point nodal d'incidence.

L'image nette se forme à une distance qui, si nous nous bornons aux lentilles convergentes, sera égale à $-f$; c'est là que nous mettrons l'écran, qui nous donnera des images acceptables de tout point pour lequel le plan focal principal coupera le cône des rayons

Fig. 125.



réfractés suivant un cercle de rayon inférieur à ε; de tout point, par conséquent, qui donnera son image nette à une distance de F_2 inférieure à Δf, cette distance Δf étant donnée par

$$\frac{\Delta f}{\varepsilon} = \frac{f + \Delta f}{y},$$

$$\Delta f \left(\frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{y} \right) = \frac{f}{y},$$

$$\Delta f = \frac{\varepsilon f}{y - \varepsilon}$$

ou sensiblement, en négligeant dans le quotient le terme en $\frac{\varepsilon^2}{y^2}$ et les termes de degré supérieur,

$$\Delta f = \varepsilon \frac{f}{y};$$

c'est la valeur que nous avions trouvée plus haut pour la demi-profondeur de foyer.

Pour tous les points remplissant la condition demandée, p_1

devra être supérieur à la valeur donnée par

$$\frac{1}{p_1} - \frac{1}{-(f+\Delta f)} = \frac{1}{f},$$

$$\frac{1}{p_1} = \frac{\Delta f}{f(f+\Delta f)},$$

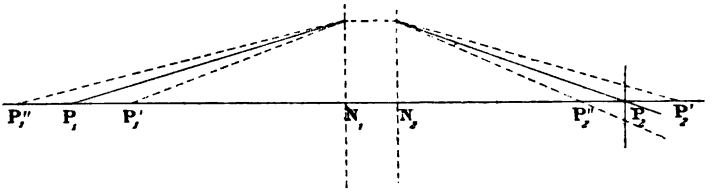
$$p_1 = f\left(1 + \frac{\gamma}{\varepsilon}\right), \tag{88}$$

et nous pourrons dire que l'écran, placé au foyer principal, sera au point pour tous les points lumineux situés au voisinage de l'axe à une distance de N_1 supérieure à

$$f\left(1 + \frac{\gamma}{\varepsilon}\right).$$

Soit de même (*fig.* 126) un point P_1 situé à une distance finie p_1 : l'écran situé à une distance p_2 du point nodal d'émer-

Fig. 126.



gence donnera une image acceptable de tous les points dont l'image nette se fera plus loin que l'écran à une distance inférieure à Δp_2 telle que

$$\Delta p_2 = \frac{\varepsilon p_2}{\gamma - \varepsilon},$$

ou, plus près, à une distance moindre que

$$\Delta p_2 = -\frac{\varepsilon p_2}{\gamma + \varepsilon},$$

ou, sensiblement, de part et d'autre, à une distance moindre que

$$\Delta p^2 = \pm \frac{\varepsilon p_2}{\gamma}.$$

Les premiers seront, de P_1, à une distance inférieure à Δp_1

telle que

$$\frac{1}{p_1+\Delta p_1}-\frac{1}{p_2+\Delta p_2}=\frac{1}{f},$$

$$\frac{1}{p_1+\Delta p_1}=\frac{p_2+\Delta p_2+f}{f(p_2+\Delta p_2)},$$

$$-\Delta p_1=p_1-f\frac{1+\frac{\Delta p_2}{p_2}}{1+\frac{\Delta p_2}{p_2}+\frac{f}{p_2}}$$

$$=p_1-f\frac{1+\frac{\varepsilon}{\gamma}}{1+\frac{\varepsilon}{\gamma}+\frac{f-p_1}{p_1}},$$

$$=p_1\left[1-f\frac{\gamma+\varepsilon}{p_1(\gamma+\varepsilon)+(f-p_1)\gamma}\right],$$

$$=p_1\frac{(p_1-f)(\gamma+\varepsilon)+(f-p_1)\gamma}{p_1\varepsilon+f\gamma},$$

$$\Delta p_1=-p_1\frac{(p_1-f)\varepsilon}{p_1\varepsilon+f\gamma}.$$

Pour les seconds, on trouvera de même, en remplaçant Δp_2 par $-\varepsilon\frac{p_2}{\gamma}$,

$$\Delta p_1=p_1\frac{(p_1-f)\varepsilon}{f\gamma-p_1\varepsilon}.$$

Et l'espace dans lequel pourra se mouvoir le point lumineux sans que son image cesse d'être pratiquement nette, la profondeur du champ, en un mot, sera

$$E=p_1\left[\frac{(p_1-f)\varepsilon}{f\gamma-p_1\varepsilon}+\frac{(p_1-f)\varepsilon}{f\gamma+p_1\varepsilon}\right]$$

$$=\varepsilon p_1(p_1-f)\frac{2f\gamma}{f^2\gamma^2-p_1^2\varepsilon^2},$$

ou, négligeant le terme en ε^2, extrêmement petit,

$$E=\frac{2\varepsilon p_1(p_1-f)}{f\gamma}, \tag{89}$$

et l'on voit que E croîtra avec p_1 et décroîtra quand croîtront y et f.

162. Généralisation. — L'étude que nous venons de faire sur une lentille épaisse s'appliquera complètement au cas d'un objectif complexe quelconque, car nous avons démontré la généralité des formules dont nous nous sommes servis.

Il y a seulement lieu de remarquer que la grandeur désignée par y sera alors le rayon d'ouverture *utile* de l'objectif; c'est-à-dire le rayon d'ouverture du faisceau cylindrique de rayons lumineux parallèles à l'axe qui peut traverser le diaphragme. Dans le Chapitre de l'étude des objectifs, nous avons vu comment on calculait ce rayon en fonction de l'ouverture et de la position du diaphragme.

CHAPITRE XII.

ABERRATIONS.

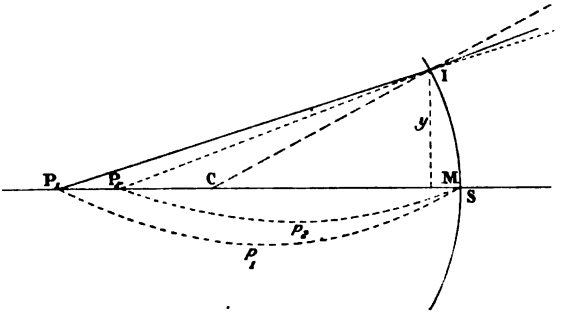
I. — ABERRATION DE SPHÉRICITÉ.

163. Aberration d'une surface sphérique. — En établissant la relation des foyers conjugués pour une surface sphérique (§ 83), nous avons trouvé que les distances au point I, où un rayon lumineux rencontre la surface, des points P_1 et P_2, où il coupe l'axe principal avant et après sa réfraction, sont respectivement

$$P_1I = \sqrt{y^2 + (p_1 - R + \sqrt{R^2 - y^2})^2},$$
$$P_2I = \sqrt{y^2 + (p_2 - R + \sqrt{R^2 - y^2})},$$

p_1 et p_2 étant les distances au sommet des points P_1 et P_2, R le

Fig. 127.



rayon de la surface, et y la distance IM du point I à l'axe (*fig.* 127)

Nous avions d'autre part établi la relation

$$\frac{P_1I}{P_2I} = \frac{n_1}{n_2}\cdot\frac{(p_1 - R)}{(p_2 - R)}.$$

et, dans une première approximation, nous avons supposé que l'on pouvait confondre P_1I avec p_1, P_2I avec p_2, négligeant ainsi y^2 par rapport aux autres quantités.

Nous allons pousser plus loin l'approximation, en ne négligeant plus que y^4 et les puissances supérieures de y.

Calculons ce que devient alors P_2I par exemple.

Nous pouvons l'écrire

$$P_2I = \left\{ y^2 + \left[p_2 - R + (R^2 - y^2)^{\frac{1}{2}} \right]^2 \right\}^{\frac{1}{2}}$$

Développons d'abord $(R^2 - y^2)^{\frac{1}{2}}$ suivant les puissances croissantes de y; d'après la loi du développement du binôme,

$$(R^2 - y^2)^{\frac{1}{2}} = R - \frac{1}{2} y^2 \frac{1}{R} - \frac{1}{8} y^4 \frac{1}{R^3} + \dots$$

$$= R - \frac{1}{2} \frac{y^2}{R};$$

d'où

$$P_2I = \left[y^2 + \left(p_2 - \frac{1}{2R} y^2 \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$= \left[p_2^2 + y^2 \left(1 - \frac{p_2}{R} \right) \right]^{\frac{1}{2}},$$

$$= p_2 + \frac{1}{2p_2} y^2 \left(1 - \frac{p_2}{R} \right) + \dots.$$

$$= p_2 + \frac{y^2}{2} \left(\frac{1}{p_2} - \frac{1}{R} \right).$$

De même

$$P_1I = p_1 + \frac{y^2}{2} \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{R} \right),$$

et l'équation des foyers conjugués devient

$$\frac{p_2 - R}{p_1 - R} = \frac{n_1}{n_2} \frac{p_2 - \frac{y^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{p_2} \right)}{p_1 - \frac{y^2}{2} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{p_1} \right)},$$

d'où l'on tirera une valeur de p_2 un peu différente de celle que nous avions trouvée.

164. Aberration d'une lentille mince. — S'il s'agit d'une lentille, on établira une équation semblable pour la première surface,

$$(90)\qquad \frac{p-R_1}{p_1-R_1}=\frac{n_1}{n}\,\frac{p-\frac{\gamma^2}{2}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{p}\right)}{p_1-\frac{\gamma^2}{2}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{p_1}\right)},$$

puis une autre pour la seconde surface,

$$(91)\qquad \frac{p_2-R_2}{p-R_2}=\frac{n}{n_2}\,\frac{p_2-\frac{\gamma^2}{2}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{p_2}\right)}{p-\frac{\gamma^2}{2}\left(\frac{1}{R_2}-\frac{1}{p}\right)}.$$

On résoudra la première équation par rapport à p, dont on portera la valeur dans la seconde, et l'on aura ainsi une relation entre p_2 et p_1.

165. Aberration principale longitudinale d'une lentille mince. — Examinons le cas d'une lentille plongée dans l'air et recevant un faisceau de rayons parallèles à l'axe.

Nous avons trouvé, pour définir la distance focale principale, en nous bornant aux rayons centraux, l'équation

$$\frac{1}{f}=-(n-1)\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right).$$

Cherchons la distance à la lentille du point de concours des rayons formant autour de l'axe un cylindre de rayon γ.

Nous devons alors faire $p_1=\infty$ et $n_1=n_2=1$ dans les équations (90) et (91). Nous nous servirons, pour la commodité des calculs, d'un changement de variables indiqué par Herschel.

Nous poserons

$$(92)\qquad \left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{p}=\pi,\quad \dfrac{1}{p_1}=\pi_1,\quad \dfrac{1}{p_2}=\pi_2,\quad \dfrac{1}{R_1}=\rho_1,\quad \dfrac{1}{R_2}=\rho_2,\quad \dfrac{1}{n}=m, \\ \dfrac{\gamma^2}{2}=u^2. \end{array}\right.$$

Les équations (90) et (91) deviennent

$$\frac{\frac{1}{\pi}-\frac{1}{o_1}}{\frac{1}{\pi_1}-\frac{1}{\rho_1}}=\frac{n_1}{n}\,\frac{\frac{1}{\pi}-u^2(\rho_1-\pi)}{\frac{1}{\pi_1}-u^2(\rho_1-\pi_1)} \tag{93}$$

et

$$\frac{\frac{1}{\pi_2}-\frac{1}{\rho_2}}{\frac{1}{\pi}-\frac{1}{\rho_2}}=\frac{n}{n_2}\,\frac{\frac{1}{\pi_0}-u^2(\rho_2-\pi_2)}{\frac{1}{\pi}-u^2(\rho_2-\pi)}. \tag{94}$$

Considérons d'abord la première : multiplions haut et bas, dans le premier membre, par $\pi\pi_1\rho_1$,

$$\frac{\rho_1-\pi}{\rho_1-\pi_1}\,\frac{\pi_1}{\pi}=\frac{n_1}{n}\,\frac{\frac{1}{\pi}-u^2(\rho_1-\pi)}{\frac{1}{\pi_1}-u^2(\rho_1-\pi_1)},$$

puis, multiplions les deux membres par $\frac{\pi}{\pi_1}$,

$$\frac{\rho_1-\pi}{\rho_1-\pi_1}=\frac{n_1}{n}\,\frac{1-\pi u^2(\rho_1-\pi)}{1-\pi_1 u^2(\rho_1-\pi_1)}. \tag{95}$$

En faisant $n_1=1$ et $\pi_1=0$, c'est-à-dire $p_1=\infty$,

$$\rho_1-\pi=\rho_1 m[1-\pi u^2(\rho_1-\pi)].$$

Dans le terme en u^2, qui est petit, remplaçons π par la valeur approchée que l'on obtiendrait en négligeant dans l'équation même le terme en u^2, c'est-à-dire

$$\pi=\rho_1(1-m).$$

On obtient ainsi

$$\pi=\rho_1-\rho_1 m[1-u^2\rho_1(1-m)[\rho_1-\rho_1(1-m)],$$

$$\pi=\rho_1(1-m)(1+m^2u^2\rho_1^2). \tag{96}$$

L'équation (94) nous donne d'abord, en multipliant haut et bas le premier membre par $\pi\pi_2\rho_2$, puis multipliant les deux membres

par $\frac{\pi_2}{\pi}$ et faisant $n_2 = 1$,

$$\frac{\rho_2 - \pi_2}{\rho_2 - \pi} = \frac{1}{m}\,\frac{1 - \pi_2 u^2(\rho_2 - \pi_2)}{1 - \pi u^2(\rho_2 - \pi)}.$$

Effectuons la division, dans le second membre, en négligeant les termes où u entre à une puissance supérieure à 2.

$$\frac{\rho_2 - \pi_2}{\rho_2 - \pi} = \frac{1}{m}\left\{1 - u^2[\pi_2(\rho_2 - \pi_2) - \pi(\rho_2 - \pi)]\right\},$$

$$\rho_2 - \pi_2 = \frac{1}{m}(\rho_2 - \pi) - \frac{1}{m}u^2(\rho_2 - \pi)[\pi_2(\rho_2 - \pi_2) - \pi(\rho_2 - \pi)].$$

Dans le terme en u^2, remplaçons π_2 par la valeur approchée obtenue en faisant dans l'équation même $u^2 = 0$, c'est-à-dire

$$\pi_2 = \rho_2 - \frac{1}{m}(\rho_2 - \pi).$$

L'équation devient alors successivement

$$\pi_2 = \rho_2 - \frac{1}{m}(\rho_2 - \pi) + \frac{1}{m}u^2(\rho_2 - \pi)$$
$$\left\{\left[\rho_2 - \frac{1}{m}(\rho_2 - \pi)\right]\left[\rho_2 - \rho_2 + \frac{1}{m}(\rho_2 - \pi)\right] - \pi(\rho_2 - \pi)\right\},$$

$$= \rho_2\left(1 - \frac{1}{m}\right) + \frac{1}{m}\pi + \frac{1}{m}u^2(\rho_2 - \pi)$$
$$\left\{\left[\rho_2 - \frac{1}{m}(\rho_2 - \pi)\right]\frac{1}{m}(\rho_2 - \pi) - \pi(\rho_2 - \pi)\right\},$$

$$= \rho_2\left(1 - \frac{1}{m}\right) + \frac{1}{m}\pi + \frac{1}{m}u^2(\rho_2 - \pi)^2$$
$$\left[\rho_2\frac{1}{m}\left(1 - \frac{1}{m}\right) - \pi\left(1 - \frac{1}{m^2}\right)\right],$$

$$(97)\quad \pi_2 = \rho_2\left(1 - \frac{1}{m}\right) + \frac{1}{m}\pi$$
$$+ \frac{1}{m}\left(1 - \frac{1}{m}\right)u^2(\rho_2 - \pi)^2\left[\rho_2\frac{1}{m} - \pi\left(1 + \frac{1}{m}\right)\right].$$

Introduisons dans cette équation la valeur de π en prenant, pour le second terme, la valeur complète, donnée par l'équation (96),

et, pour le terme en u^2, la valeur approchée tirée de cette équation en y faisant $u^2 = 0$. Il vient

$$\pi_2 = \rho_2\left(1-\frac{1}{m}\right)+\frac{1}{m}\rho_1(1-m)(1+m^2u^2\rho_1^2)$$
$$+\frac{1}{m}\left(1-\frac{1}{m}\right)u^2[\rho_2-\rho_1(1-m)]^2\left[\rho_2\frac{1}{m}-\rho_1(1-m)\left(1+\frac{1}{m}\right)\right]$$

$$=\left(\frac{1}{m}-1\right)(\rho_1-\rho_2)+m(1-m)u^2\rho_1^3$$
$$+\frac{1}{m}\left(1-\frac{1}{m}\right)u^2[(\rho_2-\rho_1)^2+2(\rho_2-\rho_1)\rho_1 m+\rho_1^2m^2]$$
$$\left[(\rho_2-\rho_1)\frac{1}{m}+\rho_1 m\right],$$

$$=\left(\frac{1}{m}-1\right)(\rho_1-\rho_2)+m(1-m)u^2\rho_1^3+\frac{1}{m}\left(1-\frac{1}{m}\right)u^2$$
$$\left[(\rho_2-\rho_1)^3\frac{1}{m}+(\rho_2-\rho_1)^2\rho_1 m+2(\rho_2-\rho_1)\rho_1^2m^2+\rho_1^3m^3\right.$$
$$\left.+2(\rho_2-\rho_1)^2\rho_1+(\rho_2-\rho_1)\rho_1^2m\right]$$

$$=\left(\frac{1}{m}-1\right)(\rho_1-\rho_2)+\frac{1}{m}\left(1-\frac{1}{m}\right)u^2$$
$$\left[(\rho_2-\rho_1)^3\frac{1}{m}+(\rho_2-\rho_1)^2\rho_1(2+m)+(\rho_2-\rho_1)\rho_1^2(2m^2+m)\right],$$

$$=\left(\frac{1}{m}-1\right)(\rho_1-\rho_2)+\frac{1}{m}\left(\frac{1}{m}-1\right)u^2(\rho_1-\rho_2)$$
$$\left[(\rho_2-\rho_1)^2\frac{1}{m}+(\rho_2-\rho_1)\rho_1(2+m)+\rho_1^2(2m^2+m)\right],$$

et enfin

$$(98)\quad \pi_2=\left(\frac{1}{m}-1\right)(\rho_1-\rho_2)+\frac{1}{m^2}\left(\frac{1}{m}-1\right)u^2(\rho_1-\rho_2)$$
$$[\rho_2^2+\rho_1\rho_2(m^2+2m-2)+\rho_1^2(2m^3-2m+1)].$$

Nous avons appelé f la distance focale principale relative aux rayons centraux, et nous avions, f étant la valeur de $-p_2$ quand p_1 est $=\infty$,

$$\frac{1}{f}=-\left(\frac{1}{m}-1\right)(\rho_1-\rho_2).$$

Appelons f_a la distance focale principale relative aux rayons marginaux; nous aurons, f_a étant la valeur de $-\pi_2$ donnée par l'équation (98),

$$(99)\quad \frac{1}{f_a}=\frac{1}{f}+\frac{1}{f}\frac{1}{m^2}u^2[\rho_2^2+\rho_1\rho_2(m^2+2m-2)+\rho_1^2(2m^2-2m+1)],$$

ou, en désignant par N le polynôme compris dans la parenthèse,

$$\frac{1}{f_a}=\frac{1}{f}\left(1+\frac{u^2}{m^2}\mathrm{N}\right),$$

et si nous effectuons la division en négligeant les termes en u de degré supérieur à 2,

$$f_a=f\left(1-\frac{u^2}{m^2}\mathrm{N}\right),$$

d'où enfin, en remarquant que

$$u^2=\frac{\gamma^2}{2}\qquad\text{et}\qquad m^2=\frac{1}{n^2},$$

et posant

$$\mathrm{M}=\frac{n^2}{2}\mathrm{N},$$

$$(100)\qquad f_a=f(1-\mathrm{M}\gamma^2).$$

Nous appellerons *aberration longitudinale principale* la distance $f-f_a$ du foyer des rayons centraux à celui des rayons marginaux; en la désignant par a,

$$(101)\qquad a=f-f_a=f\mathrm{M}\gamma^2.$$

166. L'aberration ne peut pas être nulle. — Il faudrait, pour que l'aberration fût nulle (aux termes en γ^2 près),

$$\mathrm{M}=0,$$

c'est-à-dire que les rayons d'une lentille d'aberration nulle devraient satisfaire à l'équation

$$\left(\frac{\rho_2}{\rho_1}\right)^2+\frac{\rho_2}{\rho_1}(m^2+2m-2)+2m^2-2m+1=0;$$

pour que cette équation ait des racines réelles, il faut que

$$(m^2 + 2m - 2)^2 - 4(2m^3 - 2m + 1) > 0,$$
$$m^4 + 4m^2 + 4 + 4m^3 - 4m^2 - 8m - 8m^3 + 8m - 4 > 0,$$
$$m^3(m - 4) > 0,$$

c'est-à-dire $m > 4$ ou $n < \frac{1}{4}$.

Comme il n'existe pas de substance ayant un pareil indice, la lentille d'aberration nulle, ou aplanétique, n'est pas réalisable, du moins avec des faces sphériques.

167. Lentille d'aberration minima. — Nous pouvons d'ailleurs chercher à réaliser une lentille où l'aberration soit aussi petite que possible : il faudra pour cela que la dérivée de M s'annule.

Soit une lentille de foyer donnée f : nous avons

$$\frac{1}{f} = -(n - 1)(\rho_1 - \rho_2).$$

Nous pouvons poser comme seconde condition, pour déterminer complètement ρ_1 et ρ_2, que l'aberration soit minima. Pour cela nous égalerons à o la dérivée de M, ou de

$$\rho_2^2 + \rho_1\rho_2(m^2 + 2m - 2) + \rho_1^2(2m^3 - 2m + 1).$$

Prenons la dérivée par rapport à ρ_1 par exemple : il vient

$$2\rho_2\frac{d\rho_2}{d\rho_1} + \rho_2(m^2 + 2m - 2) + \rho_1\frac{d\rho_2}{d\rho_1}(m^2 + 2m - 2) + 2\rho_1(2m^3 - 2m + 1) = 0.$$

Mais comme l'équation qui définit f,

$$\frac{1}{f} = -(n - 1)(\rho_1 - \rho_2),$$

nous donne

$$0 = -1 + \frac{d\rho_2}{d\rho_1},$$

il reste

$$2\rho_2 + \rho_2(m^2 + 2m - 2) + \rho_1(m^2 + 2m - 2) + 2\rho_1(2m^3 - 2m + 1) = 0,$$
$$\rho_2(2m + m^2) + \rho_1(-2m + m^2 + 4m^3) = 0,$$

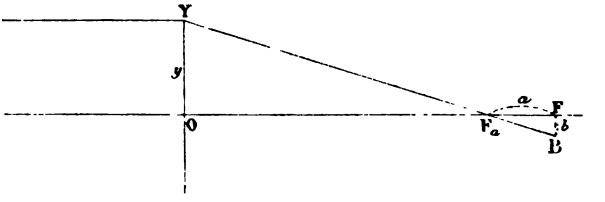
$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = -\frac{4m^2 + m - 2}{m + 2}, \tag{102}$$

et les rayons des deux faces, pour une lentille de foyer f, d'indice donné n et d'aberration minima seront complètement définis par les deux relations

$$(103)\qquad \begin{cases} \dfrac{1}{f} = -(n-1)\left(\dfrac{1}{R_1} - \dfrac{1}{R_2}\right), \\ \dfrac{R_1}{R_2} = -\dfrac{4 + n - 2n^2}{n + 2n^2}. \end{cases}$$

168. **Aberration latérale.** — Nous appellerons *aberration latérale de sphéricité* le rayon du cercle suivant lequel le plan focal principal des rayons centraux coupe le cône des rayons marginaux. C'est le rayon de la tache lumineuse que donneraient sur un écran placé au foyer principal les rayons réfractés correspondant à un

Fig. 128.



faisceau de rayons incidents parallèles à l'axe principal : soit b cette aberration latérale.

La similitude des triangles BFF_a et YOF_a donne (*fig.* 128)

$$\frac{b}{y} = \frac{a}{f_a},$$

$$b = y\,\frac{f\mathrm{M}y^2}{f(1 - \mathrm{M}y^2)},$$

ou, en négligeant les termes en y^5,

$$(104)\qquad b = \mathrm{M}y^3.$$

169. **Caustiques.** — Nous allons traiter un peu plus complètement le problème dans un cas simple, celui de rayons parallèles réfractés par une surface sphérique.

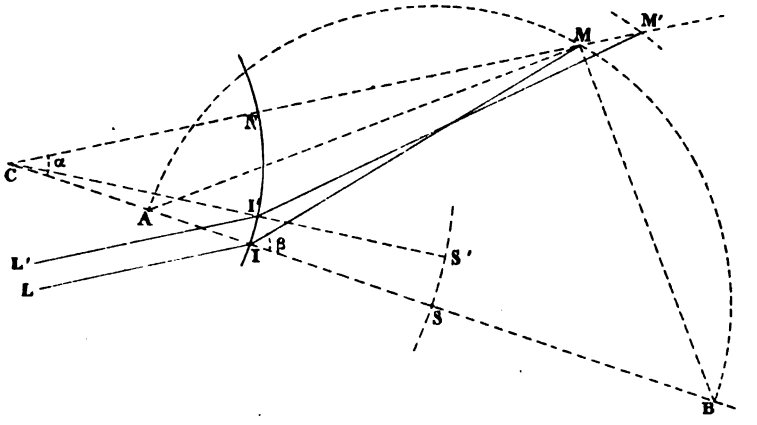
Soit une surface sphérique concave, de centre C et de rayon R :

soit n_1 l'indice du premier milieu, n_2 celui du second et $n_1 > n_2$ par exemple.

Soit un faisceau étroit de rayons intéressant un petit élément de surface ω.

Nous allons grouper successivement les rayons de deux manières différentes; d'abord en séries cylindriques ayant, pour axe, celui des rayons de la sphère qui est parallèle à la direction des rayons, soit CN (*fig.* 129); puis en séries planes comprises dans des sections

Fig. 129.



principales, c'est-à-dire dans des plans passant par CN; les traces des premières séries sur la surface étant ainsi normales à celles des secondes.

Considérons d'abord l'une des premières : tous les rayons qui la composent, étant situés de façon identique par rapport au rayon CN de la surface, se couperont, après réfraction, en un même point M de CN : nous allons déterminer ce point. Soit LI l'un des rayons considérés; nous prendrons comme plan du tableau le plan comprenant LI et CN. Pour ce rayon et pour tous les autres de la même série, l'angle d'incidence sera le même, soit α; de même l'angle de réfraction, soit β.

Dans le triangle CIM, nous avons

$$\frac{CM}{IM} = \frac{\sin\beta}{\sin\alpha} = \frac{n_1}{n_2};$$

donc ce rapport est indépendant de α; et lorsque α variera, le point I demeurant fixe, le lieu du point M sera le lieu des points dont les distances à C et à I sont dans le rapport constant $\frac{n_1}{n_2}$. Posons

$$\frac{n_1}{n_2} = n.$$

Prenons sur CI les deux points faisant partie du lieu ; soient A et B; nous avons

$$\frac{CA}{IA} = n = \frac{CM}{MI}$$

Donc MA est bissectrice de l'angle CMI; de même MB est bissectrice de l'angle extérieur : donc l'angle AMB est droit et le lieu est une circonférence ayant AB comme diamètre. Cherchons le centre de cette circonférence et la grandeur de son rayon, soit r : nous avons, en gardant toujours notre convention de signes,

$$\frac{IA}{CA} = \frac{1}{n},$$

d'où

$$\frac{IA}{CI} = \frac{1}{n+1},$$

$$IA = \frac{R}{n+1}.$$

De même

$$\frac{-IB}{CI - IB} = \frac{1}{n},$$

$$\frac{-IB}{CI} = \frac{1}{n-1},$$

$$-IB = \frac{R}{n-1};$$

de là

$$(105) \qquad r = \frac{IA - IB}{2} = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n-1}\right) = R\,\frac{n}{n^2-1}.$$

Si nous désignons par S le centre de la circonférence

$$(106) \quad IS = \frac{IA + IB}{2} = \frac{R}{2}\left(\frac{1}{n+1} - \frac{1}{n-1}\right) = -\frac{R}{n^2-1}.$$

Il me suffira donc, pour déterminer le point M, de porter sur CI, à partir de I et dans le second milieu, une longueur égale à $\frac{R}{n^2-1}$, j'aurai le point S : de S comme centre je décrirai une circonférence de rayon $\frac{Rn}{n^2-1}$: le point où elle coupera, dans le second milieu, le rayon CN de la surface me donnera le point M.

Ce point, qui sera commun à tous les rayons réfractés de la série considérée, présentera un maximum d'éclairement; ce sera le foyer de la série.

Si maintenant je fais varier le point I, sans faire varier la direction des rayons incidents, CN sera invariable, et S décrira une circonférence de centre C et de rayon

$$R + \frac{R}{n^2-1} = \frac{Rn^2}{n^2-1}.$$

Pour avoir le foyer correspondant à une série quelconque du premier groupe, je considérerai celui des rayons qui se trouve dans le plan du tableau (*fig.* 129); soit L'I'; je mènerai la normale CI' jusqu'à sa rencontre en S' avec le lieu du point S et je décrirai de ce point comme centre une circonférence de rayon $\frac{Rn}{n^2-1}$, dont l'intersection avec CN me donnera le foyer M'.

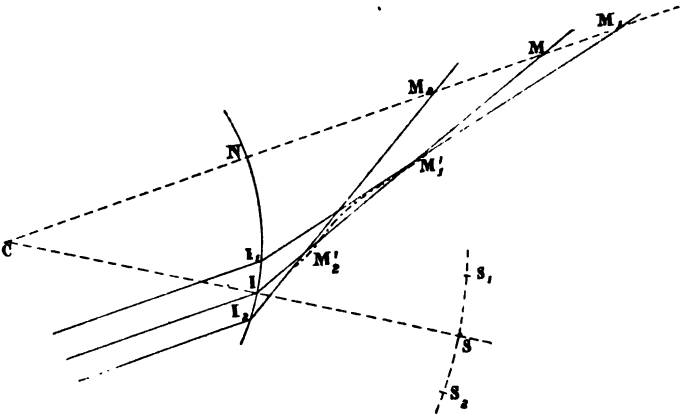
J'obtiendrai ainsi un série de foyers dont l'ensemble constituera une portion de ligne droite située sur la normale CN parallèle au faisceau et comprise entre les points M_1 et M_2, foyers des séries de rayons la plus voisine et la plus éloignée de CN.

Considérons maintenant (*fig.* 130) ce qui se passe dans une section principale, c'est-à-dire pour une série de rayons du second genre : nous avons le moyen de construire la marche, après réfraction, de chacun de ces rayons. Ils envelopperont une portion de courbe, $M'_1 M'_2$, lieu des intersections des rayons infiniment voisins, et sur laquelle nous aurons par conséquent aussi un maximum d'éclairement; si nous faisons tourner autour de la normale CN la section principale, de manière à considérer le faisceau tout

entier, l'élément de courbe engendrera un élément de surface, lieu des éléments de courbe donnés par les diverses séries planes de rayons, et cet élément de surface sera de révolution autour de CN.

Ainsi, au lieu de donner un point de concours unique, le faisceau réfracté donnera lieu à une série de points d'éclairement

Fig. 130.



maximum, répartis d'une part sur une portion de la normale parallèle au faisceau, et d'autre part sur un élément de surface de révolution autour de cette normale.

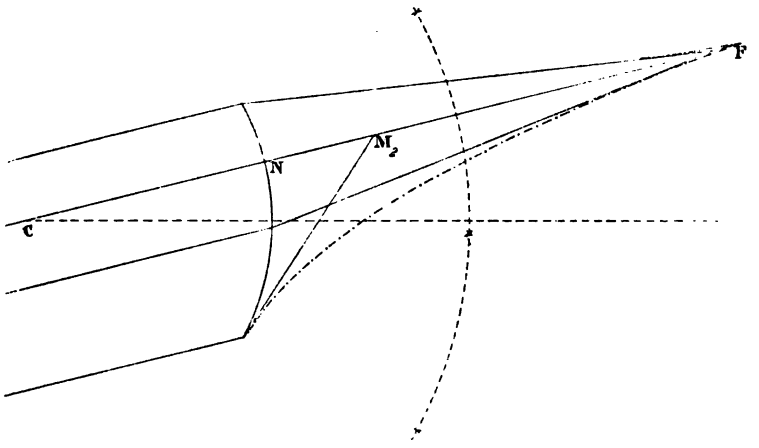
L'ensemble constituera ce qu'on appelle une *caustique par réfraction*.

170. **Surface limitée à une calotte sphérique.** — Supposons que la surface sphérique soit limitée à une calotte et qu'un faisceau de rayons parallèles tombe sur sa surface entière (*fig.* 131).

Nous grouperons encore les rayons de la même manière, et nous obtiendrons de même la caustique, comprenant deux parties. La première sera sur la normale parallèle au faisceau, comprise entre le point de concours F des rayons centraux, pour lesquels $\alpha = 0$, et l'intersection, avec cette normale, du rayon pour lequel α est maximum, c'est-à-dire de celui qui tombe, sur le bord de la surface, au point le plus éloigné du sommet N.

Il est facile de calculer les distances au point N de ces deux

Fig. 131.



points extrêmes. Nous avons, en effet, dans le triangle CIM (*fig.* 129)

$$\frac{CN - NM}{CI} = \frac{\sin\beta}{\sin(\beta - \alpha)},$$

$$-\frac{NM}{R} = \frac{n\sin\alpha}{n\sin\alpha\cos\alpha - \sin\alpha\cos\beta} - 1 = \frac{n}{n\cos\alpha - \cos\beta} - 1,$$

$$(107) \qquad NM = -R\left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - n^2\sin^2\alpha} - \sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha}} - 1\right).$$

Pour $\alpha = 0$, cette expression générale donne

$$(108) \qquad NM_1 = -R\left(\frac{n}{n-1} - 1\right) = -\frac{R}{n-1},$$

c'est-à-dire que nous trouvons pour M_1, comme cela devait être, la position du foyer F des rayons centraux.

Soit, d'autre part, u la distance à la normale de celui des points du bord qui en est le plus éloigné : la valeur maxima de α est donnée par

$$\sin\alpha = \frac{u}{R},$$

d'où

$$NM_2 = -R\left(\frac{n}{\sqrt{n^2 - n^2\frac{u^2}{R^2}} - \sqrt{1 - n^2\frac{u^2}{R^2}}} - 1\right),$$

$$(109)\qquad NM_2 = -R\left(\frac{nR}{\sqrt{n^2R^2 - n^2u^2} - \sqrt{R^2 - n^2u^2}} - 1\right)(1).$$

La seconde partie de la caustique sera une surface, de révolution autour de CN, ayant le point F comme sommet.

Le calcul de la méridienne de cette surface serait assez compliqué : il faudrait chercher l'enveloppe des droites telles que IM (*fig.* 130), droites dont l'équation, en prenant pour axes de coordonnées la normale CN et une perpendiculaire menée en C à CN dans le plan de IM, serait

$$\frac{x - R\cos\alpha}{\dfrac{Rn}{\sqrt{n^2 - n^2\sin^2\alpha} - \sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha}} - R\cos\alpha} = \frac{y - R\sin\alpha}{-R\sin\alpha}$$

ou

$$(110)\qquad \frac{(x - R\cos\alpha)(\sqrt{n^2 - n^2\sin^2\alpha} - \sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha})}{n - \cos\alpha(\sqrt{n^2 - n^2\sin^2\alpha} - \sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha})} + \frac{y - R\sin\alpha}{\sin\alpha} = 0.$$

Il faudrait donc éliminer α entre cette équation et

$$(111)\qquad \frac{d}{d\alpha}\left[\frac{(x - R\cos\alpha)(\sqrt{n^2 - n^2\sin^2\alpha} - \sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha})}{n - \cos\alpha(\sqrt{n^2 - n^2\sin^2\alpha} - \sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha})} + \frac{y - R\sin\alpha}{\sin\alpha}\right] = 0.$$

171. **Cas d'un pinceau très fin.** — Considérons maintenant un pinceau très fin de rayons, tombant au point I; nous aurons deux portions de caustiques qui, très petites, pourront être considérées comme réduites à des points M et M'.

---

(1) En développant les radicaux du dénominateur, puis faisant la division, en négligeant toujours les puissances de u supérieures à 2, on trouverait immédiatement

$$NM_2 = -\frac{R}{n-1}\left(1 - \frac{1}{2}n^2\frac{u^2}{R^2}\right);$$

ce qui donne, en somme, et à la différence des notations près, la valeur que nous avons trouvée (96) pour la distance p : nous devions évidemment retrouver cette valeur.

Le point M nous est connu par sa distance au point N : nous aurons sa distance au point I par la considération du triangle CIM (*fig.* 132), dans lequel

$$\frac{-\mathrm{IM}}{\mathrm{CN}-\mathrm{NM}}=\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{1}{n},$$

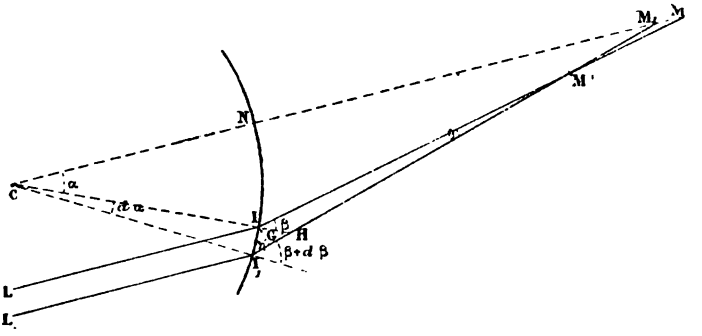
$$\mathrm{IM}=-\frac{1}{n}(\mathrm{R}-\mathrm{NM})=-\frac{\mathrm{R}}{n\cos\alpha-\cos\beta}, \tag{112}$$

$$\mathrm{IM}=-\frac{\mathrm{R}}{\sqrt{n^2-n^2\sin^2\alpha}-\sqrt{1-n^2\sin^2\alpha}}. \tag{113}$$

Calculons de même la position du point M′.

Soient (*fig.* 132) deux rayons situés dans la section principale, le rayon LI et un rayon infiniment voisin L_1I_1. Soient α et β les

Fig. 132.



angles d'incidence et de réfraction du premier, et soient $\alpha+d\alpha$ et $\beta+d\beta$ les angles du second.

Les deux rayons réfractés se coupent en M′, en faisant entre eux un angle θ.

De M′ comme centre, avec IM′ comme rayon, je décris un petit arc de cercle IG : cet arc fait, avec la section II_1 de la surface un angle η qui est égal à β, parce que les tangentes aux deux arcs, au point I, sont respectivement perpendiculaires aux côtés de l'angle β.

Nous avons successivement

$$-\mathrm{IM}'=\frac{\mathrm{IG}}{\theta}=\frac{\mathrm{II}_1\cos\eta}{\theta}=\frac{\mathrm{II}_1\cos\beta}{\theta},$$

et comme $II_1 = R\,d\alpha$,

$$IM' = -\frac{R\,d\alpha\cos\beta}{\theta}.$$

D'autre part, la loi de réfraction nous donne

$$n\sin\alpha = \sin\beta;$$

d'où, en différentiant

$$n\cos\alpha\,d\alpha = \cos\beta\,d\beta,$$

$$d\alpha = \frac{d\beta\cos\beta}{n\cos\alpha}.$$

D'autre part, si nous désignons par H le point d'intersection, avec la normale CI, du rayon réfracté I_1M_1 l'angle IHI_1, extérieur au triangle IHM', donne

$$\widehat{IHI_1} = \beta + \theta.$$

Mais comme, d'autre part, l'angle extérieur en I_1 au triangle CI_1H est égal à $\beta + d\beta$ et que, par suite,

$$\beta + d\beta = \widehat{IHI_1} + d\alpha,$$

nous avons, en somme,

$$\beta + d\beta - d\alpha = \beta + \theta,$$

$$\theta = d\beta - d\alpha = d\beta\,\frac{n\cos\alpha - \cos\beta}{n\cos\alpha}.$$

Nous avons, en substituant dans l'expression de IM' les valeurs de $d\alpha$ et de θ, et en divisant haut et bas par $d\beta$ et par $n\cos\alpha$,

$$IM' = -\frac{R\cos^2\beta}{n\cos\alpha - \cos\beta}, \tag{114}$$

$$IM' = -R\,\frac{1 - n^2\sin^2\alpha}{\sqrt{n^2 - n^2\sin^2\alpha} - \sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha}}. \tag{115}$$

172. **Astigmatisme.** — Nous connaissons ainsi les distances des deux foyers M et M' au point d'incidence I. En les comparant, nous voyons que

$$\frac{IM'}{IM} = 1 - n^2\sin^2\alpha, \tag{116}$$

c'est-à-dire que leur rapport, plus petit que l'unité, décroît quand

α augmente; donc le foyer M′ est, dans le cas qui nous occupe, plus près du point d'incidence que le foyer M; et cela d'autant plus que l'angle d'incidence du pinceau devient plus grand. Ce dédoublement du foyer est l'*astigmatisme*.

Quant à la distance des deux points M et M′, c'est

$$l = -\mathrm{IM} + \mathrm{IM}',$$

c'est-à-dire

$$l = \frac{\mathrm{R}}{n\cos\alpha - \cos\beta} - \frac{\mathrm{R}\cos^2\beta}{n\cos\alpha - \cos\beta}$$
$$= \frac{\mathrm{R}\sin^2\beta}{n\cos\alpha - \cos\beta},$$

$$l = \frac{\mathrm{R}\,n^2\sin^2\alpha}{\sqrt{n^2 - n^2\sin^2\alpha} - \sqrt{1 - n^2\sin^2\alpha}}. \tag{117}$$

Cette distance est quelquefois désignée du nom d'*astigmation*.

173. Lignes focales. — En réalité, les rayons compris dans une section principale et faisant partie d'un pinceau extrêmement délié pourront être considérés comme se coupant en un même point M′, mais on ne peut pas considérer comme confondues en M leurs intersections avec l'axe CN : ces intersections formeront sur cet axe une petite ligne lumineuse dont M sera sensiblement le milieu.

De même, les rayons compris dans une série cylindrique d'axe CN se couperont rigoureusement en un même point de l'axe, mais un seul d'entre eux passera par le point M′. Si donc, pour embrasser tout le pinceau, je considère une section principale et que je la fasse tourner autour de CN, le point M′ décrira un petit arc de circonférence autour de CN et cet arc pourra être confondu avec une petite droite perpendiculaire à CN.

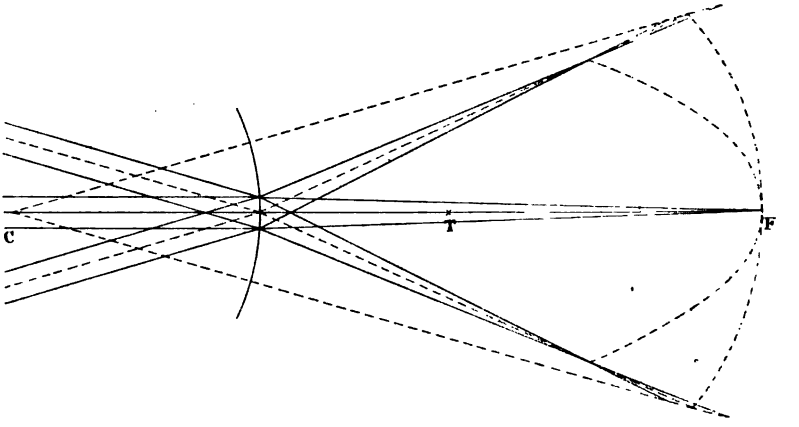
J'aurai donc réellement non pas deux points lumineux, deux foyers, mais deux petites lignes lumineuses rectangulaires sur lesquelles les points MM′ que nous considérons occupent les positions moyennes : ce sont les *lignes focales* de Sturm.

174. Surfaces focales principales. — Cette étude préliminaire ainsi faite, cherchons comment seront distribuées les images des points lumineux situés sur une sphère de centre C et de rayon

infini. Le lieu de ces images sera la surface focale principale.

1° Supposons la surface réfringente limitée à une très petite calotte ayant son sommet sur l'axe du cône de rayons lumineux, auquel nous supposons une assez grande ouverture autour de l'axe principal; en un mot, nous ne recevons que des rayons voisins

Fig. 133.



du sommet de la surface, mais d'inclinaison quelconque sur l'axe (*fig.* 133).

Chacun des pinceaux de rayons parallèles nous donnera deux foyers M et M'; les lieux de ces foyers sont distincts : ils sont définis, en coordonnées polaires, par les équations (112) et (114)

$$IM = -\frac{R}{n\cos\alpha - \cos\beta},$$

$$IM' = -\frac{R\cos^2\beta}{n\cos\alpha - \cos\beta};$$

le premier lieu est une sphère, ayant comme centre le point T, situé sur l'axe principal et qui, dans le cas qui nous occupe, est situé en avant de la surface, à une distance du sommet $= \frac{R}{n^2-1}$; le rayon de la sphère est $\frac{Rn}{n^2-1}$: elle passe d'ailleurs par le foyer principal puisque pour $\alpha = 0$

$$IM = -\frac{R}{n-1}.$$

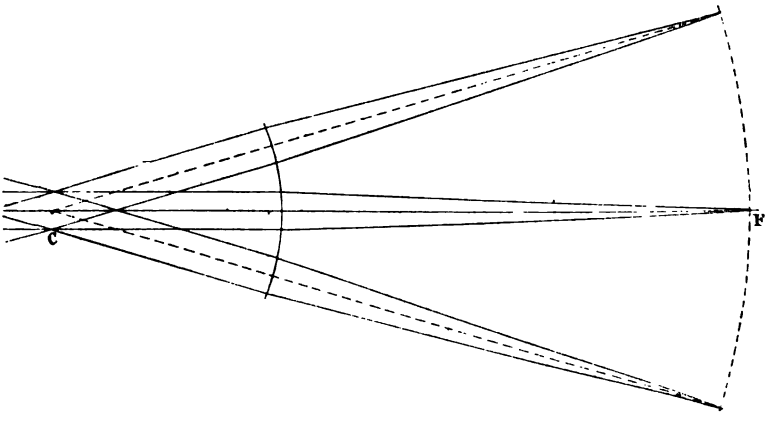
Cette sphère est donc de rayon assez petit. Quant au second lieu, qui passera aussi par le foyer principal, ce sera une surface tournant aussi sa concavité vers le sommet de la surface réfringente, et elle sera d'une courbure plus forte que la sphère lieu du point M, puisque

$$\frac{IM'}{IM} = I - n^2 \sin^2 \alpha$$

décroît quand α augmente.

2° Si maintenant nous supposons que le cône de rayons lumineux soit d'ouverture très petite, c'est-à-dire si nous ne considérons que des pinceaux de rayons parallèles peu inclinés sur l'axe prin-

Fig. 134.



cipal (*fig.* 134), α et β étant très petits, nous pourrons considérer leurs cosinus comme égaux à l'unité et alors il viendra

$$IM = IM' = -\frac{R}{n-1}.$$

Les deux surfaces focales peuvent alors, n'étant utilisées que dans une très petite portion autour de leur point de contact, être considérées comme confondues en une seule calotte sphérique passant par le foyer principal et concentrique à la surface, ou même avec un élément plan perpendiculaire à l'axe; nous retrouvons le résultat donné par la théorie élémentaire.

3° Supposons enfin que nous affections aux divers pinceaux des

portions différentes de la surface réfringente, portions telles que tous les rayons rencontrent la surface sous une incidence sensiblement normale. Nous y parviendrons en faisant traverser à tous les rayons un diaphragme d'ouverture très petite placé au centre C de la surface (*fig.* 134).

Chacun des pinceaux donnera sur la normale qui constitue son axe secondaire un foyer unique situé à une distance

$$-\frac{R}{n-1}$$

du point où cet axe rencontre la surface réfringente; et le lieu des foyers sera une sphère de centre C et de rayon

$$R+\frac{R}{n-1}=\frac{Rn}{n-1}.$$

Ce sera évidemment la disposition la plus avantageuse puisqu'elle nous permet de recevoir des rayons très obliques sans que le foyer se dédouble, et en obtenant, dans le cas étudié, une surface focale peu courbe.

On voit que le problème que nous venons de traiter, quoique limité à un cas très particulier, permet de concevoir pourquoi, ainsi que nous l'avons dit, il est très bon de disposer les surfaces successives d'un objectif de telle sorte que les divers rayons les rencontrent aussi normalement que possible : il donne aussi quelque lumière sur la question de l'emploi du diaphragme et de sa position.

Les formules que nous avons établies sont d'ailleurs absolument générales, et conviennent pour tous les cas que peut présenter le problème d'une surface sphérique séparant deux milieux réfringents; cela résulte de notre convention de signes. La discussion n'offre aucune difficulté; nous l'avons résumée dans un autre Chapitre.

II. — ABERRATION DE RÉFRANGIBILITÉ.

175. Dispersion; pouvoir dispersif. — Si nous considérons une lentille mince, et que nous assimilions sa section à celle du prisme de petit angle formé par les plans tangents aux points

d'entrée et de sortie, la déviation subie par un rayon sera, en appelant A l'angle du prisme,

$$d = (n - 1)\,A.$$

On appelle dispersion l'angle formé par les rayons réfractés, des deux couleurs extrêmes, qui correspondent à un même rayon incident

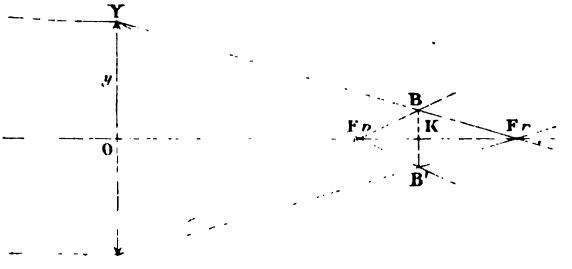
$$\delta = (n_v - 1)\,A - (n_r - 1)\,A = (n_v - n_r)\,A,$$

et l'on appelle pouvoir dispersif le rapport de la dispersion à la déviation du rayon moyen, soit, en appelant n l'indice de ce rayon moyen,

$$\frac{(n_v - n_r)\,A}{(n - 1)\,A} = \frac{n_v - n_r}{n - 1}.$$

176. Aberration chromatique. — Considérons (*fig.* 135) un faisceau de rayons parallèles à l'axe, tombant sur une lentille d'ou-

Fig. 135.



verture $2y$. Les faisceaux réfractés correspondant aux diverses couleurs vont former leurs points de concours sur l'axe entre les points extrêmes F_v, foyer des rayons violets, et F_r, foyer des rayons rouges.

Les deux cônes extrêmes se coupent suivant un cercle de diamètre BB' qui est dit *cercle d'aberration chromatique*. Il a comme mesure son rayon KB, que nous désignerons par β.

Les triangles semblables KF_vB, YF_vO donnent

$$\frac{\beta}{y} = \frac{KF_v}{OF_v},$$

De même dans les triangles BKF_r, YOF_r

$$\frac{\beta}{\gamma} = \frac{KF_r}{OF_r},$$

d'où

$$\frac{\beta}{\gamma} = \frac{KF_v + KF_r}{OF_v + OF_r} = \frac{-f_r + f_v}{-f_v - f_r} = \frac{f_r - f_v}{f_r + f_v},$$

ou, en désignant par f la distance focale du rayon moyen,

$$\beta = \gamma \frac{f_r - f_v}{2f}.$$

Remplaçant les distances focales par leurs valeurs, qui sont respectivement

$$\frac{1}{f_r} = -(n_r - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

$$\frac{1}{f_v} = -(n_v - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

$$\frac{1}{f} = -(n - 1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right),$$

il vient

$$\beta = \frac{\gamma}{2}(n-1)\left(\frac{1}{n_r - 1} - \frac{1}{n_v - 1}\right),$$

$$= \frac{\gamma}{2}(n-1)\frac{n_v - n_r}{(n_r - 1)(n_v - 1)},$$

ou, confondant

$$(n_r - 1)(n_v - 1)$$

avec $(n-1)^2$, qui en diffère extrêmement peu,

$$\beta = \frac{\gamma}{2}\frac{n_v - n_r}{n - 1}. \tag{118}$$

L'aberration est donc indépendante de la distance focale de la lentille. Elle est proportionnelle à l'ouverture et au pouvoir dispersif.

177. Achromatisme des lentilles. — Nous avons vu que, dans un système de lentilles minces accolées, la distance focale du sys-

tème était donnée en fonction des distances focales élémentaires par

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{1}{f} + \frac{1}{f'}.$$

Nous aurons en particulier, pour deux couleurs c et c',

$$\frac{1}{\varphi_c} = \frac{1}{f_c} + \frac{1}{f'_c},$$
$$\frac{1}{\varphi_{c'}} = \frac{1}{f_{c'}} + \frac{1}{f'_{c'}}.$$

Pour que les points de concours des rayons réfractés de ces deux couleurs se superposent, il faudra que

$$\frac{1}{\varphi_c} = \frac{1}{\varphi_{c'}},$$
$$\frac{1}{f_c} - \frac{1}{f_{c'}} = \frac{1}{f'_{c'}} - \frac{1}{f'_c},$$
$$(n_c - n_{c'})\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = (n'_{c'} - n'_c)\left(\frac{1}{R'_1} - \frac{1}{R'_2}\right),$$
$$\frac{\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}}{\frac{1}{R'_1} - \frac{1}{R'_2}} = -\frac{n'_c - n'_{c'}}{n_c - n_{c'}},$$

(119)
$$\frac{f'}{f} = -\frac{\frac{n'_c - n'_{c'}}{n' - 1}}{\frac{n_c - n_{c'}}{n - 1}}.$$

On voit immédiatement que les deux lentilles combinées devront avoir des distances focales de signes contraires, c'est-à-dire qu'il faudra associer une lentille convergente et une lentille divergente.

On voit également que le rapport des valeurs absolues de ces distances focales devra être égal au rapport des pouvoirs dispersifs des deux lentilles, calculés pour les portions du spectre comprises entre les deux rayons que l'on veut superposer.

Enfin, si l'on veut que le système soit convergent, il faudra que φ soit positif. Supposons que la lentille convergente soit celle de

foyer f : il faudra que, en valeur absolue,

$$\frac{1}{f} > \frac{1}{f'},$$

$$f < f',$$

$$\frac{n_c - n_{c'}}{n - 1} < \frac{n'_c - n'_{c'}}{n' - 1},$$

c'est-à-dire que la lentille convergente devra être faite avec la substance dont le pouvoir dispersif est le plus petit.

Si nous voulons superposer trois couleurs, c, c', c'', nous devrons réaliser la condition nécessaire pour que la troisième couleur se superpose à l'une des deux premières; nous aurons donc un système de trois équations, exigeant trois variables; il faudra donc associer trois lentilles, et le système d'équations sera

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{1}{f} = \dfrac{1}{f} + \dfrac{1}{f'} + \dfrac{1}{f''}, \\ \dfrac{1}{f_c} = \dfrac{1}{f_{c'}}, \\ \dfrac{1}{f_c} = \dfrac{1}{f_{c''}}. \end{array}\right.$$

Pour superposer n couleurs, il faudrait de même associer n lentilles.

FIN.

ERRATA.

Pages.	Lignes.	Au lieu de :	Lire :
61 (note)	3	2e fascicule	3e fascicule
64	12	$f - p_1$	$p_1 - f$

TABLE DES MATIÈRES.

PREMIÈRE PARTIE.

CHAPITRE I.

Lois de la réfraction.

Pages.

Lois générales 1
Indices de réfraction 3
Réfraction par deux surfaces 3
Lames à faces parallèles 4
Prismes 5
Lentilles sphériques 6

CHAPITRE II.

Réfraction dans les lentilles et les objectifs.

I. — *Réfraction dans une lentille* 7
Lentilles convergentes et lentilles divergentes 7
Axe principal 7
Centre optique 8
Points nodaux 8
Foyers conjugués 9
Foyers principaux 10
Axes secondaires 11
Plans focaux 12
Image d'un objet. Grossissement 13
Position des points nodaux d'une lentille 14
Position des foyers principaux. Calcul de la distance focale 18
Relation générale des foyers conjugués 19
Calcul du grossissement 20
II. — *Réfraction dans un système centré* 21
Généralisation 21

Pages.
Position des points nodaux dans un système formé de deux lentilles accolées. Distance focale ... 22
Cas de deux lentilles non accolées; position des points nodaux. Distance focale ... 22
Application des formules au cas de deux lentilles accolées ... 23
Cas d'un système quelconque de lentilles accolées ... 26
Cas d'un objectif quelconque ... 28
Disposition particulière ... 30
Propriété particulière du pont nodal d'émergence ... 32
Relation générale des foyers conjugués ... 32
Plans focaux principaux. Plans focaux conjugués ... 33
Grossissement ... 34
Application et discussion des formules générales ... 35

CHAPITRE III.

Effets des aberrations.

Aberrations en général ... 40
I. — *Aberration de sphéricité* ... 42
Aberrations sphériques principales ... 42
Caustiques ... 44
L'aberration d'une lentille sphérique ne peut pas être nulle ... 45
Lentilles d'aberration minima ... 46
Lentilles aplanétiques ... 48
Aberrations principales d'un système complexe ... 48
Aberrations des rayons obliques. Astigmatisme ... 48
II. — *Aberrations de réfrangibilité* ... 56
Foyer chimique ... 56
Dispersion ... 56
Aberration chromatique ... 59
Grandeur de l'aberration chromatique ... 59
Effets de l'aberration chromatique ... 60
Achromatisme ... 61

CHAPITRE IV.

Correction des aberrations.

Tolérance de mise au point ... 62
Profondeur de foyer ... 63
Champ. Profondeur du champ ... 64
Influence de la tolérance de mise au point sur la correction des aberrations. 65
Correction de l'aberration de sphéricité par l'emploi de diaphragmes ... 65

Pages.

Emploi des lentilles composées pour la correction des aberrations suivant l'axe et au voisinage de l'axe 67
Correction générale des aberrations par l'emploi simultané du diaphragme et des lentilles composées 75
Distorsion 77
Déformations dues à des causes autres que la distorsion.. 81
Conditions auxquelles doit satisfaire l'objectif photographique 83
Calcul d'un objectif photographique 87

CHAPITRE V.

Divers types d'objectifs.

I. — *Objectifs simples* 91
Formes anciennes 91
Formes nouvelles 95
II. — *Objectifs à deux lentilles symétriques* 99
Objectifs symétriques rapides 99
Objectifs symétriques à grand angle 105
Objectifs symétriques à portraits, ... 111
III. — *Objectifs à deux lentilles non symétriques* 112
Objectifs formés de deux systèmes convergents 112
Antiplanat pour groupes 115
IV. — *Objectifs à trois lentilles* 117
Objectifs formés de deux combinaisons 117
Objectifs formés de trois combinaisons 124
Trousses d'objectifs 127

CHAPITRE VI.

Étude d'un objectif.

I. — *Détermination des constantes d'un objectif* 128
Mesure de la distance focale principale 129
Détermination des points nodaux 144
Mesure du rayon d'ouverture utile 145
Étude de la surface focale principale 147
Profondeur de foyer; étude du volume focal 149
Mesure de l'angle de champ 151
Profondeur de champ 153
Clarté 155
II. — *Essai de l'objectif* 164
Centrage 165

Pages.
Travail des surfaces ... 165
Position des diaphragmes ... 166
Achromatisme ... 166
Aplanétisme ... 169
Astigmatisme ... 169
Distorsion ... 170
Tache centrale ... 173

SECONDE PARTIE.

CHAPITRE VII.

Réfraction par une surface sphérique.

Foyers conjugués ... 175
Convention de signes ... 177
Foyers principaux ... 177
Autres formes de l'équation fondamentale. Équation de Newton ... 179
Axes secondaires ... 181
Plans focaux principaux ... 181
Plans conjugués ... 182
Image d'un objet ... 182
Construction géométrique des images ... 182
Construction d'un rayon réfracté quelconque ... 183
Grossissement ... 184
Autre démonstration de l'équation de Newton ... 186

CHAPITRE VIII.

Réfraction par un système de surfaces sphériques infiniment voisines. (Lentilles minces).

I. — *Problème général* ... 187
Axe principal ... 187
Foyers conjugués ... 188
Foyers principaux ... 189
Autres formes de l'équation des foyers conjugués ... 189
Cas d'un point situé hors de l'axe principal ... 190
Image d'un objet perpendiculaire à l'axe principal ... 190
Grossissement ... 190

Pages.

II. — *Lentilles minces* 191

Foyers conjugués 191
Foyers principaux 192
Relation générale des foyers conjugués 193
Centre optique 194
Axes secondaires 195
Plans focaux 196
Construction géométrique des images 197
Grossissement 198
Discussion 198
Étude géométrique des images 203
Distance focale principale d'un système de lentilles minces accolées 205

CHAPITRE IX.

Lentilles épaisses.

Lentilles épaisses 207
Plans et points principaux 207
Cas d'une lentille plongée dans l'air 211
Foyers principaux 212
Construction de l'image d'un point voisin de l'axe 213
Relation générale des foyers conjugués 214
Autres formes de l'équation générale 215
Plans focaux 216
Points nodaux 217
Grossissement 218
Propriété des plans principaux 219
Propriété particulière du point nodal d'émergence 219
Constructions géométriques de la marche d'un rayon quelconque et de l'image d'un point 220
Position des points nodaux 223
Distance des points nodaux 225
Lentilles convergentes et divergentes 227
Discussion de la relation générale des foyers conjugués 229
Points et plans de Bravais 230
Centre optique 232
Centre de similitude 234
Lentille équivalente 235

CHAPITRE X.

Système de lentilles épaisses.

I. — *Systèmes centrés en général* 238

Systèmes centrés 238

Pages.
Plans principaux et foyers principaux ... 239
Construction de l'image d'un point ... 245
Marche d'un rayon quelconque ... 245
Relation générale des foyers conjugués ... 246
Autres formes de l'équation générale ... 246
Grossissement ... 247
Propriétés des plans principaux ... 247
Points nodaux ... 247
Constructions géométriques ... 248
Plans de Bravais ... 248

II. — *Systèmes de lentilles épaisses accolées* ... 249

Cas de deux lentilles épaisses accolées ... 249
Cas général ... 251

III. — *Systèmes comprenant des lames d'air* ... 251

Systèmes séparés par une lame d'air ... 252
Centre optique ... 253
Points nodaux ... 254
Plans principaux ... 256
Distance des points nodaux ... 256
Disposition particulière ... 256
Foyers principaux ... 258
Relation des foyers conjugués. Grossissement ... 260
Plans de Bravais ... 260
Application aux lentilles accolées ... 260
Cas de combinaisons plus complexes ... 261

CHAPITRE XI.

Mise au point.

Mise au point ... 262
Tolérance de mise au point ... 262
Profondeur de foyer ... 262
Profondeur de champ ... 263
Généralisation ... 267

CHAPITRE XII.

Aberrations.

I. — *Aberration de sphéricité* ... 268
Aberration d'une surface sphérique ... 268
Aberration d'une lentille mince ... 270
Aberration principale longitudinale d'une lentille mince ... 270
L'aberration ne peut pas être nulle ... 274

Pages.

Lentille d'aberration minima 275
Aberration latérale 276
Caustiques 276
Surface limitée à une calotte sphérique 280
Cas d'un pinceau très fin 282
Astigmatisme 284
Lignes focales 285
Surfaces focales principales 285

II. — *Aberration de réfrangibilité* 288

Dispersion; pouvoir dispersif 288
Aberration chromatique 289
Achromatisme des lentilles 290

ERRATA 292

FIN DE LA TABLE DES MATIÈRES.

Paris. — Imp. Gauthier-Villars et fils, 55, quai des Grands-Augustins.

STORED AT NRLF

THE UNIVERSITY LIBRARY
UNIVERSITY OF CALIFORNIA, SANTA CRUZ
SCIENCE LIBRARY

This book is due on the last DATE stamped below.

FEB 14 1977

STORED AT NRLF

MCH

50m-4,'69 (J7948s8)2477

TR270.W3 Sci
3 2106 00274 9197